

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
НАУКИ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР ХИМИЧЕСКОЙ
ФИЗИКИ ИМ. Н. Н. СЕМЕНОВА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Разакова Рио-Рита Вадимовна

МЕХАНИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В СЛОИСТЫХ СТРУКТУРАХ

Специальность 1.4.7. – «Высокомолекулярные соединения»

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, профессор
Турусов Роберт Алексеевич

Москва – 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1. ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР.....	12
1.1 Выводы по главе.....	16
ГЛАВА 2. МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ КОНТАКТА МЕЖДУ СЛОЯМИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНОГО ТЕЛА.....	18
2.1 Основные уравнения адгезионной механики. Метод контактного слоя.....	20
ГЛАВА 3. ТЕРМОУПРУГИЕ ПАРАМЕТРЫ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ	29
3.1 Формулы смеси для определения эффективного модуля Юнга и КЛТР композита.....	29
3.2 Выражения для определения эффективного модуля Юнга и КЛТР слоистого стержня с учетом свойств контактного слоя.....	30
3.3 Результаты расчета эффективного модуля Юнга и КЛТР композиционных стержней.....	34
3.4 Расчет температурных напряжений упругих композиционных стержней.....	38
3.5 Выводы по главе.....	40
ГЛАВА 4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА В ТРАНСВЕРСАЛЬНО- ИЗОТРОПНЫХ КОМПОЗИТАХ.....	42
4.1 Продольные колебания упругого стержня.....	43
4.2 Влияние параметров адгезионного контакта на скорость звука в слоистых стержнях	45
4.3 Выводы по главе.....	50
ГЛАВА 5. ФИЗИЧЕСКИЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ.....	51
5.1 Материалы и образцы.....	51
5.2 Исследуемые образцы. Характеристики.....	60

5.3 Экспериментальное определение модуля упругости слоистых образцов в процессе отверждения. Процедура экспериментальных измерений. Измерительные устройства и установка.....	63
5.4 Результаты физического эксперимента.....	65
5.5 Выводы по главе.....	73
ГЛАВА 6. ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ И РЕЛАКСАЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ПОЛИМЕРНЫХ И СЛОИСТЫХ СТЕРЖНЯХ.....	74
6.1 Нелинейное моделирование температурных напряжений в эпоксидных полимерах и слоистых композитах на их основе.....	74
6.2 Слоистая структура квадратного сечения. Основные уравнения.....	78
6.2.1 Исследование температурных напряжений в слоистом стержне. Постановка задачи. Вывод разрешающих уравнений.....	79
6.2.1.1 Контактный слой.....	80
6.3 Расчет и анализ температурных напряжений в слоистом сталь-полимерном стержне.....	86
6.4 Температурные напряжения и релаксационные явления в полимерных стержнях.....	93
6.5 Выводы по главе.....	100
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	103
Перспективы дальнейшей разработки темы.....	104
ПРИЛОЖЕНИЕ А.....	105
ПРИЛОЖЕНИЕ Б.....	106
ПРИЛОЖЕНИЕ В.....	107
ПРИЛОЖЕНИЕ Г.....	108
ПРИЛОЖЕНИЕ Д.....	109
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	110

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Композиционные материалы с полимерной составляющей широко применяются в различных отраслях промышленности, включая ракетно-космическую и авиационную. Слоистые материалы с полимерным адгезивом позволяют создавать легкие, долговечные и прочные элементы конструкций. Полимерные композиты более устойчивы к коррозии, что также повышает их популярность. Точный расчет напряженно-деформированного состояния деталей из композиционных материалов позволяет гарантировать надежность и эффективную работоспособность конструкции. В таком случае, очевидна необходимость создания и развития методов, позволяющих производить достоверную оценку напряженно-деформированного состояния слоистых объектов. Также для прогнозирования поведения и оценки надежности конструкции необходимы оптимальные методы определения физико-механических характеристик слоистых материалов. В настоящей работе дается развитие метода контактного слоя, с помощью которого можно производить анализ напряженно-деформированного состояния моделей слоистых структур. Основное затруднение при анализе напряженно-деформированного состояния заключается в моделировании сложных условий на границах слоев. Расчет напряженно-деформированного состояния слоистых композитов на границе раздела, вблизи угловых точек проводился рядом авторов [1-8]. Анализ методом конечных элементов концентраторов напряжений на границе раздела, вблизи угловых точек демонстрирует, что при сгущении сетки напряжения возрастают. Таким образом получается, что при приближении к краям модели, касательные напряжения устремляются к бесконечности, но это является ошибкой, ибо в реальности эти напряжения там равны нулю (их нет). Сингулярность исключает возможность использования естественных критериев разрушения адгезионных соединений в условиях нагружения. Метод контактного слоя (метод Р.А. Турусова), который применяется в данной работе, позволяет избежать сингулярностей в угловых

точках и оценить напряженно-деформированное состояние слоистой структуры с достаточной точностью.

Достаточно достоверным является тот факт, что полимерные материалы, и как следствие композиты, содержащие полимеры в своем составе, проявляют своеобразное вязкоупругое механическое поведение, которое довольно затруднительно моделировать. Практический и теоретический интерес представляет исследование релаксационных явлений в слоистых и полимерных стержнях при температурных воздействиях.

Таким образом, исследование механических явлений в слоистых структурах является актуальным, так как позволяет расширить представление о механизме совместной работы нескольких соединенных между собой слоев и выявить закономерности их влияния друг на друга. Привести доказательство целесообразности использования некоторых методов анализа напряженно-деформированного состояния, а также указать границы их применимости и возможности усовершенствования.

Степень разработанности темы исследования.

Механические явления в слоистых структурах исследовали отечественные и зарубежные авторы в том числе: В.Е. Басин [9], Б.В. Дерягин [10], А.А. Берлин [9], А.Л. Рабинович [11], Ю.С. Липатов [12,13], А.С. Фрейдин [14], Р.А. Турусов [1, 14], А.Е. Чалых [15], А.А. Щербина [16], Л.М. Бреховских [17], С. Ву [18], А. Adamson [19], W.C. Wake [20], A. J. Kinloch [21], M.C. Boyce [22-23]. Разработкой методов оценки напряженно-деформированного состояния слоистых тел занимались В. В. Болотин [24], А. Р. Ржаницын [25], А. Л. Рабинович [11], Р. А. Турусов [1]. Одним из наиболее оптимальных является метод контактного слоя, предложенный Р. А. Турусовым, поскольку позволяет рассчитывать поля напряжений и деформаций в дискретных моделях композита при точном удовлетворении всех граничных условий, не исключая участия адгезива как активной среды. Стоит отметить, что большое количество исследователей направляют свои силы на разработку различных методов моделирования слоистых композитов в известных программных комплексах, основанных, как правило, на методе конечных

элементов. Однако необходимо подчеркнуть, что разрабатываемые методы сопровождаются скудным количеством физических экспериментов.

Цели и задачи диссертационной работы.

Целью диссертационной работы является теоретическое и экспериментальное исследование термоупругих свойств слоистых композиционных структур, а также оценка температурных напряжений с учетом релаксационных явлений.

Задачи диссертационной работы:

1. Провести теоретическое исследование термоупругих свойств слоистых композиционных образцов.
2. Провести физический эксперимент для определения физико-механических свойств слоистых композиционных образцов с применением известных и разработанных автором методик.
3. Выполнить теоретические исследования температурных напряжений с учетом релаксационных процессов слоистого композиционного материала. Обработать, проанализировать, интерпретировать и представить результаты исследований.

Объект и предмет исследования.

В качестве объектов исследований были выбраны полимерные и слоистые стержни, в состав которых входит полимерный адгезив и слои жесткого субстрата.

Предметом исследований являются термоупругие параметры слоистых композитов и релаксационные процессы, влияющие на температурные напряжения.

Основную часть научной новизны составляют:

1. Разработанная методика изготовления слоистых композиционных образцов, которая позволяет производить экспериментальное исследование в процессе отверждения.
2. Разработанная математическая модель оценки температурных напряжений в слоистых образцах с применением метода контактного слоя (Турсова Р.А.) и

нелинейного релаксационного дифференциального уравнения Максвелла-Гуревича.

3. Полученные зависимости скорости звука, модуля упругости, коэффициента линейного теплового расширения от некоторых механических и геометрических параметров рассматриваемых объектов (в процессе отверждения адгезива).

Теоретическая и практическая значимость.

Теоретическая ценность диссертационного исследования определяется высокой степенью точности используемого физико-математического аппарата, позволяющего описывать термоупругие характеристики композитных тел и производить анализ температурных напряжений, что может быть успешно использовано при прогнозировании поведения новых высокоперспективных композитных материалов.

Практическую ценность имеют:

1. Методика изготовления слоистых композиционных образцов.
2. Математическая модель для определения температурных напряжений слоистых композитных материалов.
3. Математическое и алгоритмическое обеспечение.
4. Усовершенствованный метод исследования термоупругих свойств слоистых материалов, а также алгоритм, написанный на языке MATLAB, может использоваться в расчетных отделах научно-производственных предприятий, занимающихся созданием новых композитных материалов, а также при анализе элементов конструкций созданных с помощью аддитивных технологий. Данная работа актуальна для ряда предприятий, в первую очередь, специализирующихся на производстве изделий из полимерного сырья, а также заводах, занимающихся изготовлением шумозащитных, виброзащитных экранов, конструктивных элементов авиационной и ракетно-космической техники [Приложение А].

Методология и методы исследования.

Экспериментальное исследование некоторых физико-механических параметров слоистых и полимерных образцов проводилось акустическими

неразрушающими методами. Для теоретических исследований использовались формулы, полученные с применением метода контактного слоя. Для моделирования вязкоупругого поведения полимерных композитов использовалось обобщенное нелинейное дифференциальное уравнение Максвелла-Гуревича, полученное Г.И. Гуревичем из рассмотрения молекулярного механизма упругих и неупругих деформаций. Решение задачи об оценке температурных напряжений в слоистом стержне проводилось численным методом Рунге-Кутты четвертого порядка. Все теоретические расчеты производились в программной среде MATLAB.

Положения, выносимые на защиту:

1. Методика оценки термоупругих характеристик слоистых композиционных материалов.
2. Результаты сопоставления экспериментальных и теоретических данных, характеризующих свойства слоистых материалов.
3. Обоснование необходимости учета контактного слоя при оценке физико-механических свойств слоистых композитов и моделировании поведения моделей таких материалов под влиянием температуры.

Личный вклад автора заключается в:

1. Создании методики изготовления слоистых стержней и проведении физического эксперимента, направленного на получение данных измерений скорости звука и модуля упругости исследуемых образцов в процессе отверждения.
2. Увеличении области применения метода контактного слоя (метод Р.А. Турусова) и нелинейного физически обоснованного уравнения Максвелла-Гуревича.
3. Разработке программ на языке MATLAB для определения термоупругих свойств слоистых композитов. Формирование базы данных результатов экспериментальных исследований.

Степень достоверности. Достоверность результатов подтверждается применением строгих математических методов решения задач, а также

удовлетворительным согласованием данных теоретических решений и физических экспериментов.

Описание структуры и объема работы. Диссертационная работа состоит из введения, шести глав, заключения, 5 приложений, списка цитируемой литературы. Работа изложена на 120 страницах, содержит 41 рисунок, 11 таблиц. Список использованных источников включает в себя 110 наименований.

Во введении дана общая характеристика работы, сформулированы ее цели, задачи и методы их реализации, обоснована актуальность темы исследования. Приводятся достижения предшественников и новизна полученных и выносимых на защиту результатов, их теоретическая и потенциальная практическая значимость.

В первой главе описаны основные свойства адгезионных соединений. Описан механизм возникновения адгезии. Выделены существующие достижения ученых-исследователей в изучении межфазных областей, оказывающих влияние на свойства и поведение слоистых композитов. Приводятся виды разрушений адгезионных соединений.

Во второй главе описаны методы моделирования контакта между слоями композитов, а также выделяются их преимущества и недостатки. Наиболее подробно описывается метод контактного слоя Р.А. Турусова. Приводятся факты, обосновывающие целесообразность использования выделенного метода для исследований полимерных слоистых композитов.

В третьей главе приводятся температурные зависимости модуля упругости и коэффициента линейного теплового расширения (КЛТР) полимерного адгезива, а также трансверсально-изотропных композитов двух конфигураций (трехсекционный и многослойный). Также в главе приводятся результаты расчета температурных напряжений указанных композитов.

В четвертой главе приводятся теоретическая и экспериментальная зависимости скорости звука в слоистом композите от модуля упругости полимера. Также представлены теоретические исследования скорости звука в зависимости от коэффициента Пуассона, а также от размера поперечного сечения образца. В

результате исследований, содержащихся в данной главе, был составлен план акустических экспериментальных исследований.

В пятой главе представлен порядок проведения физического эксперимента. Отдельное внимание уделяется технологии изготовления слоистых образцов. Приводится описание устройств, с помощью которых проводились измерения скорости звука в полимерных и слоистых образцах. Следует отметить, что эксперимент проводился в процессе отверждения образцов. В завершающей части главы полученные эмпирические кривые анализируются и сравниваются с теоретическими.

В шестой главе приводится вывод нелинейной системы дифференциальных уравнений для расчета температурных напряжений с учетом зависимости термоупругих и релаксационных констант полимера от температуры в слоистых стержнях квадратного сечения. Полученная система уравнений позволяет оценивать релаксационные явления, происходящие в полимерном адгезиве при нагревании и охлаждении. Также в главе приводится тестовый пример использования полученной системы для анализа температурных напряжений в слоистом стержне, состоящем из стальных и полимерных слоев. Представлена оценка влияния параметров композитного стержня на температурные напряжения, а также влияние скорости нагревания. Помимо результатов расчета температурных напряжений в слоистых стержнях дополнительно представляются результаты экспериментального и теоретического исследований (верифицированных физическими экспериментами) стержней из чистого полимера.

Основные результаты диссертационной работы докладывались и прошли апробацию на:

Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. «Машиностроение: новые концепции и технологии». Красноярск, 2021 г.

Двадцать восьмой международной научно-технической конференции студентов и аспирантов «Радиоэлектроника, электротехника и энергетика». Москва, 2022 г.

Национальной с международным участием научно-практической конференции студентов, аспирантов, учёных и специалистов «Энергосбережение и инновационные технологии в топливно-энергетическом комплексе» Тюмень, 2022 г.

XXV Ежегодной научной конференции отдела полимеров «ПОЛИМЕРЫ-2024», посвященная 100-летию со дня рождения академика Н. С. Ениколопова. ФИЦ ХФ РАН, г. Москва, 11–12 и 14 марта 2024 г.

XXVI Ежегодной научной конференции отдела полимеров «ПОЛИМЕРЫ-2025». ФИЦ ХФ РАН, г. Москва, 17–20 февраля 2025 г.

Публикации автора по теме научно-квалификационной работы.

По тематике диссертационной работы опубликовано 4 научные работы в журналах, входящих в перечень ВАК РФ рекомендованных для публикации результатов диссертаций и 5 публикаций в сборниках тезисов докладов научных конференций. Из указанных 4, входящих в ВАК изданий, 2 включены в международные системы цитирования Scopus и Web of Science. Также зарегистрированы 3 программы для ЭВМ и 1 база данных.

ГЛАВА 1. ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР

Известно, что перед расчетом напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкций из полимерных композиционных материалов требуется провести оценку некоторой модели выбранного материала посредством аналитического или численного анализа. Методы описания поведения материала должны позволять находить максимально точное решение. Математические модели, описывающие неупругое поведение материалов, разработанные Кельвином, Фойгтом, Максвеллом не могут обеспечивать требуемую точность при расчёте конструкций, изготавливаемых из инновационных материалов (например, полимерных, композитных, нано, армированных материалов, дисперсно-наполненных композитов, в том числе, полимеризационно-наполненных).

Ряд практических задач не может быть решены в рамках классических подходов теории упругости. Например, это задачи оценки напряженно-деформированного состояния полимерного объекта, нагружение которого происходит нагреванием с разной скоростью. В связи с этим необходима разработка и оптимизация методов моделирования неупругого поведения материалов в процессе температурного воздействия для адекватного расчета прочности конструкций и кинетики НДС.

Полимерные материалы имеют некоторые особенности механического поведения. Большое количество исследователей были озадачены тем, что полимерные материалы не подчиняются закону Гука. Возникает явление ползучести, то есть при постоянной нагрузке деформации возрастают, а попытки зафиксировать деформацию приводят к уменьшению напряжений, которые необходимы для поддержания этой деформации. Максвелл, Фойгт, Кельвин, Мейер и другие выдающиеся ученые предпринимали попытки описать данное явление, но поскольку во времена их деятельности не было технической возможности для определения строения полимерных тел, природа таких явлений не была описана в полной мере. Именно по этой причине известные физики прошлого пошли по пути

моделирования (пружина – цилиндр с вязкой жидкостью и поршнем) и феноменологического описания поведения материалов, обладающих «упругим последствием» [26].

В настоящее время написано большое количество работ, посвященных изучению физических, химических и механических свойств полимеров и композитов. Наиболее известными являются труды В.А. Каргина [27], Г.Л. Сломинского [27], Н.С. Ениколопова [28], А.А. Берлина [28], А.А. Аскадского [26], А.А. Ильюшина [29], Б.Е. Победри [29], Ю.Н. Работнова [30], А. П. Александрова [31], А.С. Лазуркина [31], Г.И. Гуревича [32], А.Л. Рабиновича [11], Р.А. Турусова [1], Ю.А. Горбаткиной [33, 34], J.D. Ferry [35], E.J. Kramer [36], M.C. Boyce [37], N.R. Sottos [38,39].

Стоит отметить, что большинство теорий, созданных для описания поведения полимерных и других сложных материалов, базируются на линеаризованных физических соотношениях, которые дают достоверные результаты при ограниченных условиях. С помощью таких соотношений становится достаточно сложно прогнозировать механическое поведение изделий из полимерных материалов в реальных условиях эксплуатации. Более общий и строгий метод был предложен Г.И. Гуревичем [32] и отличается от других тем, что основывается на физической теории, учитывающей результаты исследований молекулярной природы деформации рассматриваемых сред. Данный метод был успешно применен и апробирован А.Л. Рабиновичем [11], Р.А. Турусовым [1,41,42], В.И. Андреевым [40], а также их учениками [43-48]. В настоящей работе также дается развитие данному методу, поскольку он является наиболее физически обоснованным на сегодняшний день и раскрывает существующие грани в описании полимеров, а также композитов на их основе.

Последние несколько десятилетий исследователи всего мира разрабатывают новые композиционные материалы и выделяют в отдельную группу материалы, имеющие слоистую структуру. Слоистые структуры широко распространены в природе и деятельности человека. Слоистые композиционные материалы (СКМ) применяются во многих отраслях промышленности для производства элементов

конструкций различного назначения [49]. Простыми примерами таких элементов могут служить стержни, пластины и оболочки. Значительное количество слоистых композитов получают путем введения между слоями субстрата (твердый материал) дополнительного слоя из полимерного адгезива. Связь, возникающая между разнородными конденсированными телами при их контакте называется адгезией. Адгезия зависит от природы контактирующих тел, свойств их поверхностей и состояния контакта. Исходя из адсорбционно-молекулярной теории, адгезия является результатом действия сил, возникающих между контактирующими молекулами адгезива и субстрата. Необходимым этапом формирования адгезионной связи считается смачивание, которое происходит в процессе распространения адгезива по поверхности субстрата. В процессе смачивания и растекания адгезива по задействованной площади субстрата происходит поверхностная диффузия и миграция молекул адгезива. Данный этап является неотъемлемой частью процесса склеивания двух поверхностей, без которого адгезионная связь не возникает. Второй этап начинается после того, как расстояние между молекулами станет меньше $5 \text{ \AA}$ [9]. Между молекулами адгезива и субстрата начинают действовать молекулярные силы притяжения при смачивании. Постепенно наступает молекулярное равновесие. В процессе отверждения адгезив претерпевает ряд химических реакций, сопровождающихся физическими эффектами. Полимерный адгезив подвергается полимеризации и меняет свое агрегатное состояние (превращается из жидкой смолы в твердый полимер). Достаточно большое количество опытных исследований показали, что прочностные свойства слоя полимера на твердой поверхности субстрата обуславливается влиянием этой поверхности, которое осуществляется за счет сил межмолекулярного взаимодействия. Таким образом, характеристики слоя полимера вблизи границы раздела (рисунок 1.1) могут существенно отличаться от свойств и структуры полимера в объеме [50-54]. Также стоит отметить существование теории адсорбции полимеров [12-13], [55]. Академик Ю.С. Липатов один из первых сделал обоснованное предположение, что именно адсорбция имеет определенное влияние на прочность адгезионного контакта, поскольку определяет

структуру и свойства поверхностного слоя полимера. Явление адсорбции имеет связь с тем, что силы межмолекулярного взаимодействия на границе раздела фаз не скомпенсированы, что объясняет концентрирование молекул адгезива на поверхности субстрата, а также наличие избыточной энергии пограничного слоя [51-55].

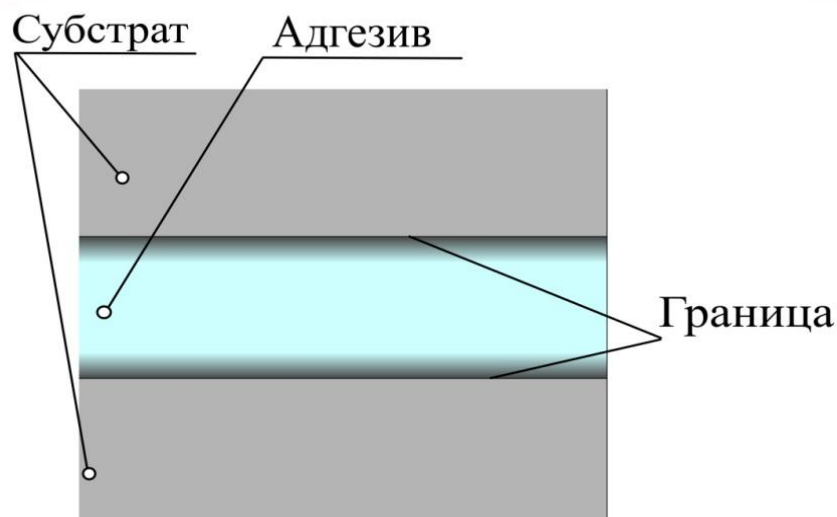


Рисунок 1.1 – Адгезионное соединение

Опытные данные показали, что разрушения адгезионных соединений могут иметь различный характер. Принято выделять три вида разрушений (рисунок 1.2): адгезионное (по границе раздела), когезионное (по адгезиву или субстрату), смешанное. Большое количество экспериментов [56-57] показали, что зачастую адгезионное соединение разрушается когезионно (не по границе раздела), а это также может свидетельствовать о том, что вблизи границы контакта полимерный адгезив имеет свойства отличные от исходных. Наиболее логично считать, что соединение с прочной адгезионной связью должно разрушаться когезионным образом, но это не может означать, что об области границы фаз стоит забыть и не учитывать ее характеристики. Также разрушение нередко происходит именно по 3 типу (рисунок 1.2) – смешанному. Оценка прочности адгезионной связи представляет интерес как для исследователей, так и для практиков, поскольку без нее невозможно достоверно спрогнозировать поведение конструктивного элемента с клеевым соединением и как следствие обеспечить надежную его работу.

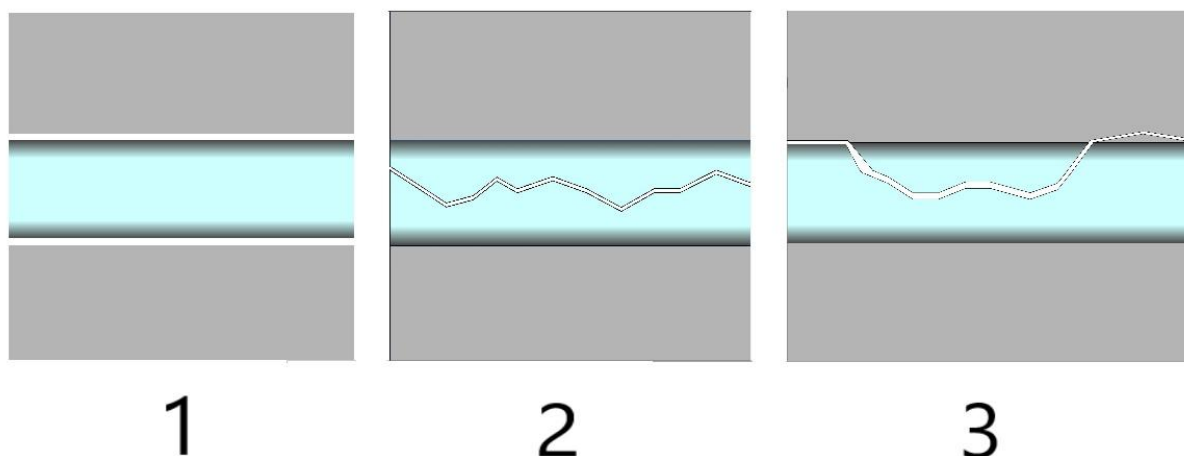


Рисунок 1.2 – Типы разрушений адгезионных соединений (1- адгезионное, 2- когезионное, 3 -смешанное)

Академик И.Ф. Образцов с соавторами [50-53] утверждают, что в полимерных матричных композитах в результате контакта полимерных макромолекул с наполнителем образуется так называемый «межфазный слой». Авторы обращают внимание на то, что микромеханические свойства межфазных слоев оказывают существенное влияние на формирование макроскопических механических свойств композита и предлагают методы их определения.

Значительный вклад в развитие методов расчета композиционных материалов (в частности, и слоистых) внесли известные ученые: Б.Е. Победря [58], В.В. Болотин [24], А.Р. Ржаницын [25], А.Л. Рабинович [11], Н.С. Бахвалов [59], Е.В. Ломакин [60], Б.Н. Федулов [60], Р.А. Турусов [1].

1.1 Выводы по главе

В результате проведенного обзора существующей литературы были определены основные трудности, возникающие при расчете слоистых композиционных материалов, включающих в свой состав полимерный адгезив.

Подобран наиболее оптимальный метод моделирования неупругого поведения полимерного адгезива, который предполагает использование нелинейного дифференциального уравнения Максвелла-Гуревича.

Вместе с тем, был определен механизм образования адгезионного контакта между двумя разнородными средами. В литературных источниках приводится информация об образовании некоторого межфазного слоя, свойства которого отличаются от свойств адгезива и субстрата. Данная информация заставляет задуматься о способе математического моделирования адгезионного контакта, с помощью которого можно было бы учитывать как свойства субстрата и адгезива, так и некоторые свойства межфазного слоя.

ГЛАВА 2. МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ КОНТАКТА МЕЖДУ СЛОЯМИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНОГО ТЕЛА

Модель, которую предложил А.Р. Ржаницын [25] представляет собой систему, состоящую из связей сдвига, воспринимающих усилия сдвига и поперечных связей, препятствующих отрыву или прижатию одного слоя к другому (рисунок 2.1).

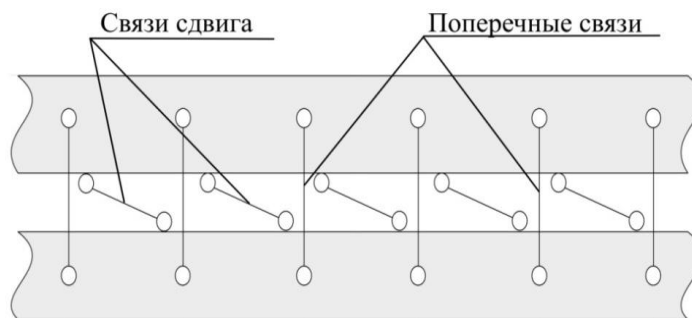


Рисунок 2.1 – Модель связей, соединяющих монолитные прямолинейные
слои (модель, предложенная А.Р. Ржаницыным)

Область, в которой располагаются связи А.Р. Ржаницын называет «швом». Подобный подход к расчету слоистых стержней и пластинок с учетом сдвига соединительных слоев и изгиба жестких слоев был представлен академиком В.В. Болотиным [24]. Однако А.Р. Ржаницын и В.В. Болотин в своих трудах не дают подробного анализа краевого эффекта.

При исследовании армированных пластиков А.Л. Рабинович [11] уделил внимание наличию резко выраженного краевого эффекта в распределении касательных напряжений на поверхности контакта полимерного адгезива с армирующими элементами. А.Л. Рабиновичу удалось разработать метод расчета распределения напряжений в адгезионных соединениях. Метод базировался на концепции, согласно которой слои адгезионного полимера моделируются в виде сплошной анизотропной среды (рисунок 2.2). Модуль Юнга такой анизотропной среды в направлении касательной к поверхности склейки устремлен к нулю.

Данный метод позволяет решать задачи, удовлетворяя всем граничным условиям и избежать сингулярных решений вблизи угловых точек. Важно отметить, что результаты решения позволяют применять критерий по максимальным напряжениям в качестве критерия разрушения.

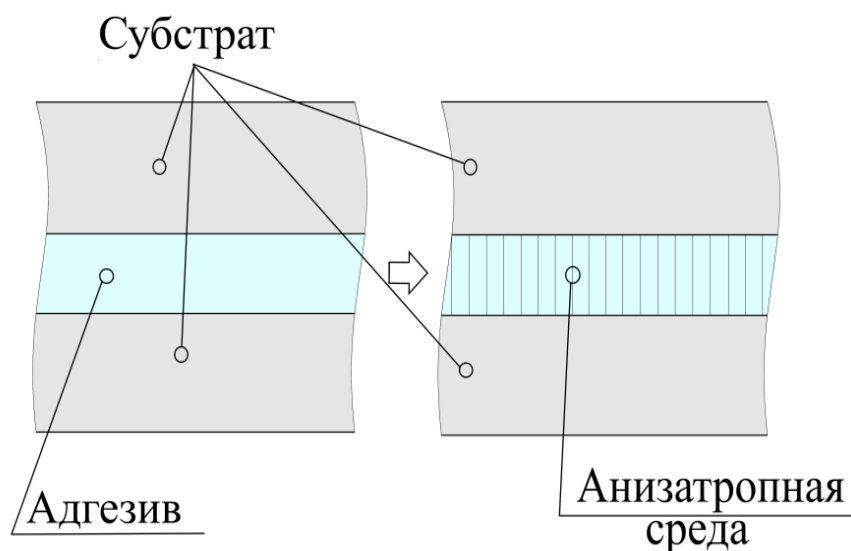


Рисунок 2.2 – Модель слоистой структуры А. Л. Рабиновича

Однако в работе Р.А. Турусова [1] с учетом всех преимуществ отмечается, что в теории А.Л. Рабиновича исключается участие адгезива как активной среды при формировании остаточных напряжений в адгезионном соединении. В связи с этим затрудняется анализ напряженно-деформированного состояния адгезионного соединения на стадии твердения, охлаждения или набухания в жидкостях.

Большой вклад в развитие адгезионной механики и физики полимеров внес профессор Р.А. Турусов. Одним из наиболее значимых и известных достижений Р.А. Турусова является разработка теории метода контактного слоя, которая подробно описывается ниже. Данный метод тестировался при решении широкого спектра задач, направленных на определение напряженно-деформированного состояния слоистых конструкций различной конфигурации [1], [44], [61]. Метод контактного слоя не исключает участие адгезива как активной среды. Именно метод контактного слоя применяется в настоящей работе для описания механических явлений в слоистых композиционных структурах.

2.1 Основные уравнения адгезионной механики. Метод контактного слоя

В основе метода контактного слоя лежит гипотеза существования определенного слоя в виде щетки коротких упругих стерженьков-связей, ориентированных нормально к поверхности контакта [1]. Указанный контактный слой расположен между адгезивом и субстратом (рисунок 2.3). В контактном слое отсутствует непосредственный контакт стерженьков друг с другом и, значит, отсутствуют нормальные напряжения σ_x и σ_y . Короткие стерженьки воспринимают напряжения сдвига σ_{zx} , σ_{zy} , σ_{xy} и, естественно, нормальные напряжения σ_z . Таким образом, контакты в совокупности составляют регулярный слой стерженьков-связей, который имеет определенные параметры: E^* – модуль упругости, G^* – модуль сдвига, h^* – толщина слоя.

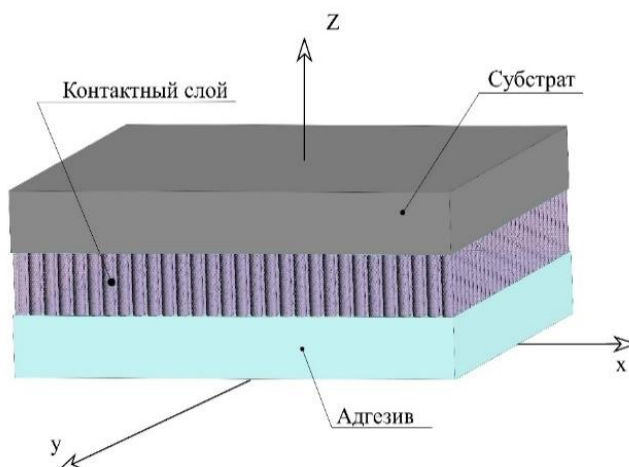


Рисунок 2.3 – Схема контактного слоя

Поскольку стержни, составляющие контактный слой, короткие, то и толщина контактного слоя h_k^* сравнительно мала. Таким образом, можно считать, что в пределах контактного слоя «k» перемещения u или v являются линейной функцией координаты z (рисунок 2.4):

$$u_k = a_k + c_k z \quad (k=0,1,\dots,n)$$

В общем случае это условие не обязательно [1]. Более общий случай представлен ниже в (2.14) - (2.16).

Далее для напряжений σ_{yx} , σ_{zy} введем следующее обозначение:

$$s_{zx,k} = s_{zy,k} = \tau_k.$$

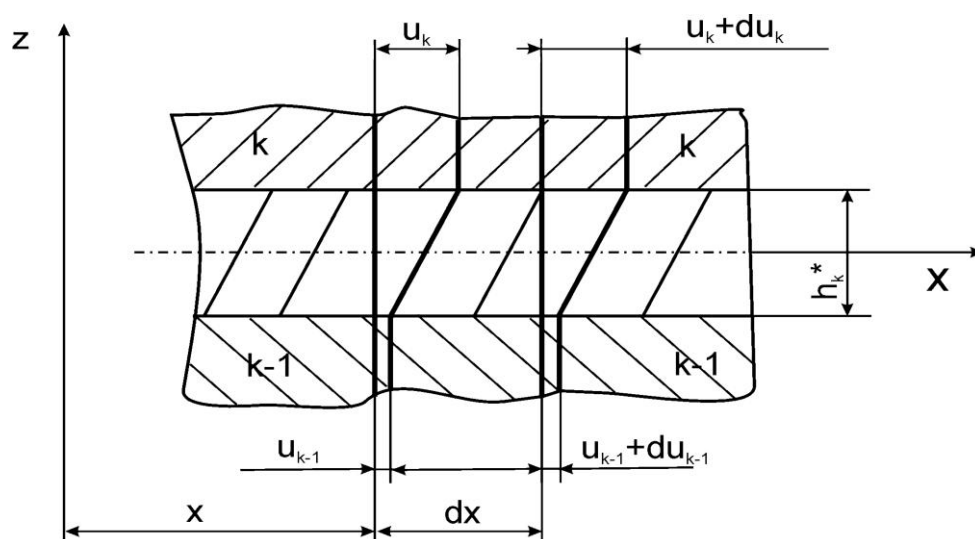


Рисунок 2.4 – Схема перемещений по оси x элементов слоистой системы

На рисунке 2.5 изображена схема основного элемента многослойной пластинки. На данной схеме указаны напряжения в слоях адгезива 0, субстрата 2 и контактном слое 1. Также на схеме обозначены силы и моменты, которые используются в теории пластин.

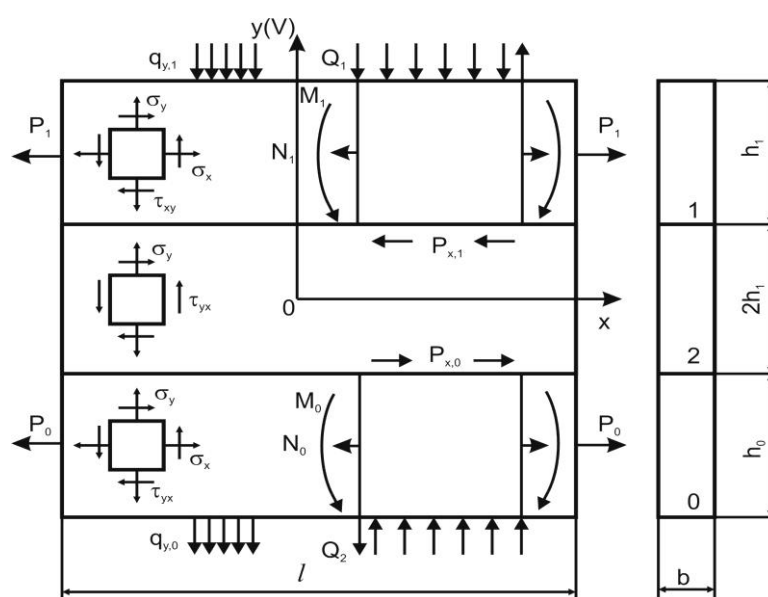


Рисунок 2.5 – Расчетная схема двухмерной плоской задачи:

0 – армирующий элемент (субстрат); 1 – слой адгезива; 2 – контактный слой

Рассматриваются только малые деформации ($\varepsilon \ll 1$), свойственные жестким конструкционным материалам. Поэтому полная деформация любого из слоев 1 и 2 может быть представлена в виде суммы деформаций различной физической природы: упругой деформации, связанной с напряжениями законом Гука, и деформации ε_q , представляющей собой либо вынужденную высокоэластическую деформацию ε^* , обратимую не в фазе с напряжениями, либо пластическую ε^0 (т.е. остаточную или необратимую после снятия напряжений), либо температурную ε_t , или деформацию химической (в результате реакции отверждения) или физической (например, при кристаллизации) усадки ε_c и т. п., либо сумму участвующих в процессе деформаций:

$$\varepsilon = e + \varepsilon_q. \quad (2.1)$$

Контактные слои рассматривают как чисто упругую анизотропную среду. Для плоской задачи уравнения равновесия:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0, \quad (2.2)$$

Также соотношения Коши, связывающие полные деформации с перемещениями частиц среды u и v в направлениях x и y :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad (2.3)$$

где σ_x и σ_y – нормальные компоненты тензора напряжений; τ_{xy} – сдвиговые компоненты (рисунок 2.5); ε_{xx} и ε_{yy} компоненты тензора деформаций вдоль осей x и y ; ε_{xy} – сдвиговая компонента тензора деформаций.

Закон Гука для ортотропного тела, связывающий упругие деформации e_{ij} в направлении осей упругой анизотропии с напряжениями (для плоской задачи $e_{zz}=0$) имеет вид:

$$\sigma_x = \frac{E_{xx}(e_{xx} + \mu_{xy}e_{yy})}{\Delta}; \quad \sigma_y = \frac{E_{yy}(e_{yy} + \mu_{yx}e_{xx})}{\Delta}; \quad (2.4)$$

$$\tau_{xy} = G_{xy}e_{xy}; \quad \Delta = 1 - \mu_{xy}\mu_{yx},$$

где E_{xx} , E_{yy} , G_{xy} – нормальные модули Юнга и модуль сдвига ортотропного контактного слоя; μ_{xy} и μ_{yx} – коэффициенты Пуассона.

Для упругого контактного слоя вместо (2.3) имеем:

$$e_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad e_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad e_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}. \quad (2.5)$$

Как было написано ранее, рассматриваемый контактный слой состоит из стерженьков, которые не имеют контакта друг с другом и направлены перпендикулярно (нормально) к поверхности контакта, т.е. параллельно оси Оу, поэтому напряжения σ_x в таком слое равны нулю. С учетом этого, в первом уравнении (2.4) модуль $E_{xx} = 0$. Таким образом, открывается возможность прямого интегрирования уравнений равновесия (2.2). В силу сохранения сплошности на границах $y = \pm h^*$ контактного слоя должны выполняться условия непрерывности перемещений. Т.е. на этих границах перемещения u и v контактного слоя и прилегающих к ним пластин должны быть равны друг другу. В силу сравнительно небольших поперечных размеров модели при решении задачи можно ограничиться теорией пластин или балок. В этом случае, интегрируя систему уравнений (2.2)–(2.5) при удовлетворении граничных условий относительно перемещений, получаются следующие выражения напряжений и смещений в контактном слое:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= 0; \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau(x); \quad \sigma_y = -y \frac{d\tau}{dx} + \frac{1}{h^*} E_{xx} \chi; \\ v &= \left(\frac{1}{2} E_{yy} \right) (h^{*2} - y^2) \left(\frac{d\tau}{dx} \right) + \left(\frac{1}{h^*} \right) y \chi + \zeta \\ u &= \left(\frac{1}{G_{xy}} \right) y \tau - \left(\frac{1}{6 E_{yy}} \right) (3 y h^{*2} - y^3) \left(\frac{d^2 \tau}{dx^2} \right) + \left(\frac{1}{2 h^*} \right) (h^{*2} - y^2) \left(\frac{d\chi}{dx} - y \left(\frac{d\chi}{dx} \right) + \psi \right). \end{aligned} \quad (2.6)$$

Здесь использованы обозначения функций от x , представляющих полусуммы от смещений на границах $\pm h^*$ контактного (в данной задаче среднего) слоя:

$$\begin{aligned} 2\chi &= v(h^*) - v(-h^*); \quad 2\zeta = v(h^*) + v(-h^*) \\ 2\lambda &= u(h^*) - u(-h^*); \quad 2\psi = u(h^*) + u(-h^*) \end{aligned} \quad (2.7)$$

В (2.6) все четыре искомые функции u , v , τ_{xy} и σ_y в результате интегрирования выражаются через функции τ , ζ , χ , ψ . Такая замена произведена для удобства применения хорошо разработанной теории пластин. Функция λ выражается через две из этих четырех функций:

$$\lambda = \left(\frac{h^*}{G_{xy}} \right) \tau - \left(\frac{1}{3E_{yy}} \right) h^{*3} \left(\frac{d^2 \tau}{dx^2} \right) - h^* \left(\frac{d\zeta}{dx} \right) \quad (2.8)$$

Искомые функции τ , ζ , χ , ψ определяются из условий совместности деформаций контактного и наружных слоев и выполнения III закона Ньютона. Таким образом, можно записать систему уравнений для наружных (полимерных) слоев в терминах перерезывающих сил и моментов:

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dx} &= \mp P_{yi} - N_i \left(\frac{d^2 \bar{v}_i}{dx^2} \right); \quad \frac{dN_i}{dx} = \mp P_{xi}; \\ Q_i &= \frac{dM_i}{dx} + \frac{h_i P_{xi}}{2}; \quad M_i = -B_{ai} \left(\frac{d^2 \bar{v}_i}{dx^2} \right); \\ N_i &= D_{ai} \left(\frac{d\bar{u}_i}{dx} - \varepsilon_{qi} \right); \quad i = 0, 1 \end{aligned} \quad (2.9)$$

где $\bar{u}_i, \bar{v}_i$ - смещения точек срединной поверхности внешних слоев, $B_{ai} = E_{xx} I_{ai}$ - жесткость внешних слоев при изгибе, $D_{ai} = E_{xx} F_{ai}$ - жесткость при растяжении; I_{ai} - момент инерции сечений, который для прямоугольного сечения высотой h_i и шириной b равен $bh^3/12$. В случае, когда внешними слоями являются не стержни и балки, а пластинки, в выражении жесткости следует подставить величины приведенных модулей при изгибе и растяжении. P_{xi}, P_{yi} - погонные продольная и поперечная нагрузки. Смысл остальных обозначений ясен из рисунка 2.3, где Q_i - перерезывающая сила, N_i - нормальное усилие и M_i - момент, действующие в сечении x .

В основе гипотезы плоских сечений (гипотеза Я. Бернулли) лежит предположение, что при изгибе пластинки или балки плоские сечения не искривляются, а остаются плоскими, поворачиваясь на некоторый угол как целое, в связи с чем можно получить выражение для σ_{xi} через M_i и N_i .

$$\sigma_{xi} = \left(\frac{M_i}{I_i} \right) I_i + \frac{N_i}{F} \quad (2.10)$$

Выражение (2.10) подставляется в уравнения равновесия (2.2) и производится интегрирование с учетом граничных условий, после чего получаются напряжения во внешних слоях:

$$\begin{aligned} \sigma_{yi} = & \pm \frac{q_{yi}}{b} - \frac{1}{8I_i} (h_i^2 y_i - \frac{4}{3} y_i^3 \pm \frac{1}{3} h_i^3) \frac{dQ_i}{dx} - \frac{h_i}{2} \frac{dP}{dx} - \frac{1}{2F_i} (h_i y_i \pm y_i^2 \pm \frac{1}{4} h_i^2) \frac{dP_{xi}}{dx}; \\ \tau_{xyi} = & \frac{1}{8I_i} (Q_i - \frac{1}{2} h_i P_{xi}) (h_i^2 - 4y_i^2) + \frac{1}{2F_i} (h_i \pm 2y_i) P_{xi} \end{aligned} \quad (2.11)$$

В приведенных формулах верхний знак относится к $i = 0$, а нижний — к $i = 1$, y_i — ордината произвольной точки относительно центра тяжести поперечного сечения соответствующего слоя. Слои 0 и 1 могут быть внешними, поэтому здесь введены q_{yi} — составляющие поперечные нагрузки, приложенные с внешней стороны каждого слоя (рисунок 2.5).

Последовательно исключая M_i и Q_i из системы (2.9), приходим к двум следующим уравнениям:

$$\begin{aligned} -B_{ai} \frac{d^4 \bar{v}_i}{dx^4} = & \mp P_{yi} - N_i \left(\frac{d^2 \bar{v}_i}{dx^2} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{dP_{xi}}{dx} \right); \\ D_{ai} \left(\frac{d^2 \bar{u}_i}{dx^2} - \frac{d\varepsilon_{qi}}{dx} \right) = & \mp P_{xi}, \quad i = 0, 1 \end{aligned} \quad (2.12)$$

В (2.12) наряду с неизвестными u_i и v_i входит неизвестное усилие N_i , что делает первое уравнение нелинейным. Его линеаризация возможна в следующих двух случаях: 1) при условии, что жесткость при изгибе внешних слоев велика настолько, что членом $N_i(d^2 \bar{v}_i/dx^2)$ в (2.12) можно пренебречь и положить равным нулю; 2) при изучении устойчивости системы, когда в уравнении (2.12) можно заменить искомую функцию N_i заранее заданной функцией от x или постоянной величиной, равной заданной внешней нагрузке P_i .

Таким образом, если известны нагрузки P_{xi} и P_{yi} и уравнения для определения ε_{qi} , то напряженно-деформированное состояние внешних слоев может быть полностью определено, так как в результате интегрирования (2.12), находятся

смещения u_i и v_i , затем по формулам (2.9) – внутренние усилия M_i и Q_i , а с помощью (2.10) и (2.11) – напряжения в этих слоях.

Для определения четырех функций в (2.6) для контактного слоя и двух внешних по отношению к нему нагрузок P_{xi} и P_{yi} следует обратиться к условиям совместности деформаций всех трех слоев.

Нагрузки на внешние слои создаются внешними заданными и реактивными от контактного слоя:

$$P_{yi} = \mp q_{yi} + b(\sigma_y)_{y=\mp h^*}; P_{xi} = b\tau. \quad (2.13)$$

Если слои 0 и 1 являются некоторыми внутренними слоями модели, то вместо q_{yi} и P_{xi} в (2.13) надо подставить соответствующие напряжения σ и τ на границе с прилегающим контактным слоем, умноженные на ширину b . После подстановки σ_y из (2.6) в (2.13) получаем:

$$P_{yi} = \left(\frac{b}{h^*}\right) E_{yy} \chi \pm b h^* \left(\frac{d\tau}{dx}\right) \mp q_{yi}; \quad P_{xi} = b\tau \quad (2.14)$$

Для смещений на поверхности контакта между слоями должны выполняться следующие условия:

$$\bar{v}_i = (v)_{y=\mp h^*}; \quad \bar{u}_i = \left(\frac{h_i}{2}\right) \left(\frac{d\bar{v}_i}{dx}\right) = (u)_{y=\mp h^*} \quad (2.15)$$

Здесь, как и ранее, верхний знак относится к $i=0$, а нижний – к $i=1$. Введем для слоев 0 и 1 функции, аналогичные (2.7):

$$2\bar{\chi} = \bar{v}_1 - \bar{v}_0; \quad 2\bar{\zeta} = \bar{v}_1 + \bar{v}_0; \quad 2\bar{\lambda} = \bar{u}_1 - \bar{u}_0; \quad 2\bar{\psi} = \bar{u}_1 + \bar{u}_0. \quad (2.16)$$

Из (2.15) и (2.16) получаем условия совместности смещений в следующем виде:

$$\begin{aligned} \bar{\chi} &= \chi; \quad \bar{\zeta} = \zeta; \\ \bar{\lambda} &= \lambda - \frac{1}{4} \left[(h_1 + h_0) \frac{d\zeta}{dx} + (h_1 - h_0) \frac{d\chi}{dx} \right] \\ \bar{\psi} &= \psi \lambda - \frac{1}{4} \left[(h_1 + h_0) \frac{d\zeta}{dx} + (h_1 + h_0) \frac{d\chi}{dx} \right]. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Из (2.7), (2.8) и (2.17) получаем:

$$\begin{aligned}\bar{v}_i &= \zeta \mp \chi; \quad \bar{u}_i = \psi \mp \lambda - \frac{h_i}{2} \left(\frac{d\chi}{dx} \mp \frac{d\zeta}{dx} \right), \quad i = 0, 1; \\ \bar{\lambda} &= \frac{h^*}{G_{xy}} \tau - \frac{h^*}{3E_{yy}} \frac{d^2\tau}{dx^2} - h^* \left(1 + \frac{h_1 + h_0}{4h^*} \right) \frac{d\zeta}{dx} - \frac{h_1 - h_0}{4} \frac{d\chi}{dx}.\end{aligned}\tag{2.18}$$

Используя условия совместности (2.14) и (2.17), вместо (2.12) можно получить четыре уравнения относительно четырех искомых функций τ, ζ, χ, ψ :

$$\begin{aligned}B_{ai} \frac{d^4(\zeta \mp \chi)}{dx^4} &= \mp \frac{bE_{yy}}{h^*} \chi - bh^* \left(1 + \frac{h_i}{2h^*} \right) \frac{d\tau}{dx} - N_i \frac{d^2(\zeta \mp \chi)}{dx^2} + q_{yi}; \\ D_{ai} \frac{d^2(\psi \mp \bar{\lambda})}{dx^2} &= \mp b\tau.\end{aligned}\tag{2.19}$$

В двух последних уравнениях следует заменить $\bar{\lambda}$ с помощью (2.18). Используя обозначения (2.16), можно последние два уравнения системы (2.9) представить в более удобном для дальнейшего использования виде:

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{\lambda}}{dx} &= \frac{1}{2} \left(\frac{N_1}{D_{a1}} - \frac{N_0}{D_{a0}} + \varepsilon_{q1} - \varepsilon_{q2} \right) \\ \frac{d\bar{\psi}}{dx} &= \frac{1}{2} \left(\frac{N_1}{D_{a1}} - \frac{N_0}{D_{a0}} + \varepsilon_{q1} + \varepsilon_{q2} \right)\end{aligned}\tag{2.20}$$

Рассматриваемая модель контактного слоя (рисунок 2.6) может считаться верной на физическом уровне строгости, поскольку в одном кубическом сантиметре стали (субстрата) содержится 10^{22} атомов, тогда на одной из сторон (т.е. на одном квадратном сантиметре) будет располагаться приблизительно 10^{14} атомов, а при нанесении и распределении эпоксидного связующего (адгезива) не с каждым атомом на поверхности субстрата возникнет связь с активным атомом нанесенного, например, кистью адгезива. Более того, стоит учитывать наличие микроскопических неровностей, а также других несовершенств поверхности субстрата, из-за которых доля участвующих в контакте атомов может уменьшаться. Таким образом, предполагается, что данные связи являются достаточно редкими и не контактируют друг с другом, поэтому могут быть представлены в виде некоторой системы стерженьков-связей, образующей ортотропный слой между адгезивом и субстратом.

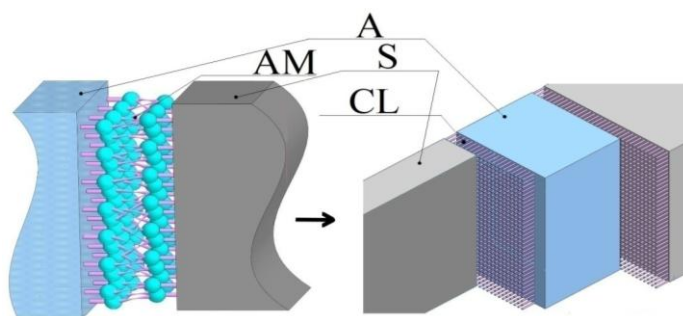


Рисунок 2.6 – Схематическое представление адгезионной связи между приведенными в контакт слоями из разнородных материалов: А – адгезив (например, эпоксид), АМ – молекулы адгезива, S – субстрат (например, сталь), CL – контактный слой

В ходе решения контактных задач механики известными «строгими» методами теории упругости, на границах между слоями и в угловых точках вблизи торцов контактного слоя для касательных напряжений возникает сингулярность типа $x^{-1/2}$ при $x \rightarrow 0$ (где x обозначается расстояние до угловой точки), т. е. бесконечность. Таким образом, в этих угловых точках всегда получаются сингулярные решения. Приведенные системы уравнений позволяют полностью определить напряженно-деформированное состояние всей модели слоистой структуры, что является очень важным для исследования краевого эффекта концентрации напряжений в адгезионных соединениях. Способ моделирования контактного слоя, предложенный Р.А. Турусовым, позволяет удовлетворять всем граничным условиям при решении задачи Коши и как следствие позволяет избежать бесконечных напряжений в угловых точках склейки. Ранее упоминалось, что при анализе НДС методом конечных элементов адгезионных соединений и слоистых объектов возникают некоторые сложности, связанные с возникновением сингулярных напряжений на краях областей контакта. Напряжения в этих областях асимптотически стремятся к бесконечности при сгущении сетки. Работа [61] посвящена особенностям численного моделирования взаимодействия между слоями и применению модели контактного слоя Р.А. Турусова в расчетах НДС слоистых тел, осуществляемых методом конечных элементов. Важно, что при устранении такого рода сингулярностей, становится возможным применение известных критериев прочности адгезионных соединений.

ГЛАВА 3. ТЕРМОУПРУГИЕ ПАРАМЕТРЫ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

3.1 Формулы смеси для определения эффективного модуля Юнга и КЛТР композита

Благодаря особым термоупругим свойствам, высокой прочности, коррозионной стойкости и относительно легкому весу, полимерные композиты выступают перспективными конкурентами традиционным материалам. Для получения достоверных результатов расчета конструкций крайне необходимо умение моделировать физико-механическое поведение применяемого материала. В настоящее время большая часть научных исследований сосредоточена на развитии физико-математических методов расчета эффективных свойств композиционных материалов [62-64]. Расчет термоупругих параметров слоистой композиционной структуры с применением метода контактного слоя приведен в работе [64].

В классической теории для оценки упругих параметров композитов применяются формулы смеси, которые были получены У. Фойгтом (в 1889 г.) [65] и А. Рейссом (в 1929 г.) [66]. Формулы смеси для определения поперечного модуля упругости $E_{mix,eff}$ и коэффициента линейного теплового расширения (КЛТР) α_{mix} записываются в следующей форме:

$$E_{mix,eff} = \frac{E_0 E_1}{V_0 E_1 + V_1 E_0}, \quad (3.1)$$

$$\alpha_{mix} = \alpha_0 V_0 + \alpha_1 V_1, \quad (3.2)$$

где индексы 0 и 1 относятся к двум разным материалам.

Использование формул смеси позволяет провести расчет термоупругих параметров только ограниченного количества композитов. Существует много научных трудов отечественных [58] и зарубежных [67-74] авторов, в которых предлагаются различные методы оценки напряженно-деформированного состояния и определения упругих параметров композитов, но результаты расчетов

по представленным методам согласуются далеко не со всеми экспериментами и требуют доработки.

В связи с увеличением количества материалов, соединяемых адгезивами, и с появлением новых клеящих веществ, происходит расширение и углубление знаний о механизме адгезии и теорий, описывающих его. Механические свойства слоистых композитных структур могут изменяться в зависимости от различных геометрических и физических параметров модели, таких как размеры образца, модуль Юнга, коэффициент Пуассона и характеристик материалов адгезива и субстрата. Большое влияние на параметры композита оказывают давление, температура, старение и внешняя нагрузка. Таким образом, для расчета свойств материала такого рода чрезвычайно важно применять наиболее подходящие математические модели, точность которых подтверждена физическими экспериментами. Как было упомянуто ранее, в настоящей работе используется теория метода контактного слоя [1], [75].

3.2 Выражения для определения эффективного модуля Юнга и КЛТР слоистого стержня с учетом свойств контактного слоя

В соответствии с теорией метода контактного слоя, в работе Р. А. Турусова [1] было получено следующее соотношение между полной деформацией слоистого стержня $\varepsilon_{z.l.b.}$ и его параметрами:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{z.l.b.} = \overline{\varepsilon_z} + \overline{\varepsilon_t} &= \frac{\sigma}{E_{eff.l.b.}} + \alpha_{eff.l.b.} \Delta T = \\ &= q \left[\left(\frac{V_0}{E_0} + \frac{V_1}{E_1} \right) + \frac{2\delta}{\omega^2} \left(\frac{\mu_0 V_0}{E_0 h_0} - \frac{\mu_1 V_1}{E_1 h_1} \right) \left(1 - \frac{th(v)}{v} \right) \right] + \\ &+ \left[(\alpha_0 V_0 + \alpha_1 V_1) + \frac{2\beta}{\omega^2} \left(\frac{\mu_0 V_0}{E_0 h_0} - \frac{\mu_1 V_1}{E_1 h_1} \right) \left(1 - \frac{th(v)}{v} \right) \right] \Delta T, \end{aligned} \quad (3.3)$$

где нижние индексы 0 относятся к субстрату, а 1 – к адгезиву; E_0, E_1 , Па, – модули Юнга; μ_0, μ_1 – коэффициенты Пуассона; h_0, h_1 , мм, – величины толщин; $V_0,$

V_1 – относительные объемные доли содержания субстрата и адгезива, соответственно; e_z – упругая деформация; ε_t – температурная деформация; ΔT , K – температурная разность, q – приложенное к стержню осевое нормальное напряжение σ_z .

Параметры ν , δ , β в соотношении (3.3) характеризуют контактный слой и определяются следующим образом:

$$\nu = \frac{\omega l}{2}; \delta = 2 \left(\frac{\mu_1}{E_1} - \frac{\mu_0}{E_0} \right) gr; \beta = 2(\alpha_0 - \alpha_1) gr, \quad (3.4)$$

где l , мм, – размер стороны квадратного поперечного сечения (длина склейки слоя адгезива); gr , Па/мм, – жесткость контактного слоя;

$$\omega^2 = gr \left[\frac{1 - \mu_0}{E_0 h_0} + \frac{2(1 - \mu_1)}{E_1 h_1} \right],$$

$$gr = \frac{G^*}{h^*}.$$

Если положить в соотношении (3.3) $\Delta T=0$, то из него можно вывести выражение для определения эффективного (*eff*) модуля упругости $E_{eff.l.b.}$ (модуль Юнга) слоистого стержня (*l.b.*), которое принимает следующий вид:

$$E_{eff.l.b.} = \left[\left(\frac{V_0}{E_0} + \frac{V_1}{E_1} \right) - \frac{2 \cdot \left(\frac{\mu_0}{E_0} - \frac{\mu_1}{E_1} \right)^2}{\frac{(1 - \mu_1)}{E_1 \cdot V_1} + \frac{(1 - \mu_0)}{E_0 \cdot V_0}} \cdot \left(1 - \frac{\tanh(\nu)}{\nu} \right) \right]^{-1}. \quad (3.5)$$

Также из выражения (3.3) можно получить формулу для определения коэффициента линейного теплового расширения (КЛТР) $\alpha_{eff.l.b.}$, при условии, что $q=0$:

$$\alpha_{eff.l.b.} = (\alpha_0 \cdot V_0 + \alpha_1 \cdot V_1) + \frac{4 \cdot (\alpha_0 - \alpha_1) \cdot (\mu_0 \cdot E_1 - \mu_1 \cdot E_0) \cdot V_0 \cdot V_1}{(1 - \mu_0) \cdot E_1 \cdot V_1 + (1 - \mu_1) \cdot E_0 \cdot V_0} \cdot \left(1 - \frac{\tanh(\nu)}{\nu} \right) \quad (3.6)$$

Если в соотношении (3.3) положить суммарную деформацию всего слоистого стержня равной нулю, то получается зависимость температурных напряжений σ в стержне постоянной длины от различных характеристик стержня:

$$\sigma = -\alpha_{eff.l.b.} \cdot E_{eff.l.b.} \cdot \Delta T. \quad (3.7)$$

Коэффициент линейного теплового расширения (КЛТР) – это физическая величина, характеризующая относительное изменение линейных размеров тела с увеличением температуры на 1 К при постоянном давлении и без изменения фазы. КЛТР уникален для каждого материала и зависит от большого количества параметров. Это ключевое свойство материала оказывается особенно важным при исследовании композитной структуры, работающей в среде с изменяющейся температурой. Кристаллы, как правило, имеют самые низкие КЛТР, потому что их структура чрезвычайно однородна и прочна. Твердые тела с самыми высокими КЛТР имеют слабые межмолекулярные связи; к ним относятся, как правило, полимеры, для которых, как известно, характерны низкие температуры плавления. При исследовании свойств композиционных материалов, содержащих в своем составе полимеры, большое внимание уделяется температуре стеклования, ниже которой полимерный материал становится более жестким. Данный параметр определяется для каждого полимера индивидуально и зависит от химического состава и строения молекулярной цепочки. Переход из твердого и хрупкого «стекловидного» состояния в мягкое и пластичное «каучукообразное» происходит при повышении температуры.

Как было указано выше, для расчета физико-механических характеристик слоистых композиционных материалов необходимо знать достоверные значения параметров адгезива, субстрата, а также характеристики адгезионного взаимодействия контактирующих слоев. При исследовании термоупругих свойств композиционных стержней были использованы геометрические и физические параметры объектов экспериментального исследования, представленного в работе [1], [64], [76].

На рисунке 3.1 схематично представлена геометрия исследованных образцов. Они имеют одинаковую длину; один изготовлен из чистого полимера, а два других состоят из двух материалов: металла и полимера.

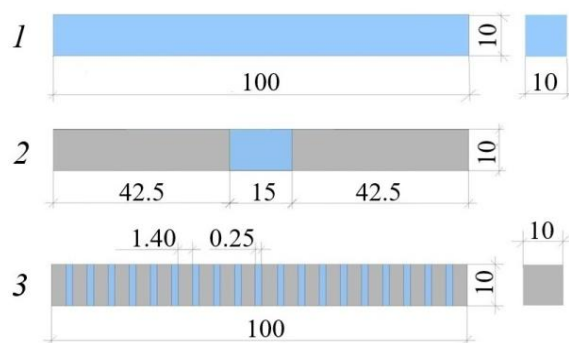


Рисунок 3.1 – Геометрия исследованных композитных стержней: цельного полимерного (1), составного (2) и слоистого (3) (размеры даны в мм)

Таблица 3.1 – Характеристики композиционных стержней, представленных на рисунке 3.1

Параметр	Обозначение	Значение	
Геометрия образцов			
Общая длина, мм	L	100	
Размер стороны квадратного сечения, мм	l	10,0	
Толщина секций в образце 2, мм			
стальных	h_{st}	42,5	
полимерной	h_{pol}	15,0	
Толщина слоев в образце 3, мм			
стальных	h_0	1,40	
полимерных	h_1	0,25	
Физические свойства материалов			
Сталь:	модуль Юнга, ГПа	E_0	210
	коэффициент Пуассона	μ_0	0,3
	КЛТР, К ⁻¹	α_0	$1,2 \cdot 10^{-6}$
Коэффициент Пуассона полимера		μ_1	0,5
Жесткость контактного слоя, ГПа/мм		gr	28

Образец 1 – это стержень из полимерного материала (в данном случае взят эпоксид). Образец 2 – стержень, составленный из двух стальных стержневых элементов, между которыми находится слой из полимерного адгезива (эпоксид). Образец 3 – это слоистый стержень из стальных пластинок, соединенных эпоксидом.

В таблице 3.1 представлены постоянные параметры композитов, принятые для расчетов. Необходимо обратить внимание на то, что слоистый и составной стержни

содержат в своем составе одинаковое количество полимера и стали (в каждом из стержней 15 и 85 % соответственно).

Для теоретических расчетов физико-механических свойств слоистых композитов была написана программа «FUSION 1.0» на языке Matlab [Приложение Б]. Также для анализа термоупругих параметров может использоваться программа «FUSIONCOMP 1.0» [Приложение В]. Более того, данная программа [Приложение В] позволяет решать определенный спектр задач анализа прочности конструкций из композитов, но такие задачи выходят за рамки настоящей работы.

3.3 Результаты расчета эффективного модуля Юнга и КЛТР композиционных стержней

На рисунке 3.2, *а* показаны графики температурных зависимостей модулей Юнга полимерного, составного и слоистого стержней. Модуль Юнга составного стержня (образец 2) рассчитывали по формуле смеси (3.1), а слоистого стержня (образец 3) – по формуле, учитывающей параметры контактного слоя (см. формулу (3.5)). Модуль Юнга полимера E_1 определялся по эмпирической формуле, полученной путем аппроксимации экспериментальных данных, измеренных в процессе лабораторного исследования зависимости модуля Юнга эпоксидного адгезива E_1 от температуры T [1]. Формула имеет следующий вид:

$$E_1 = -18,2 \cdot T + 8200. \quad (3.8)$$

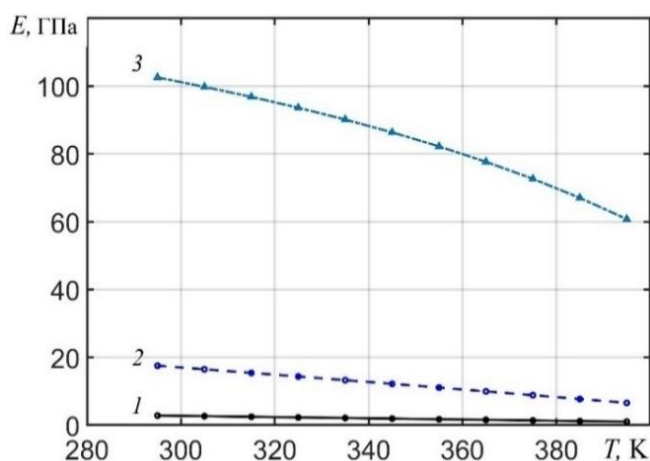
Для КЛТР полимера α_1 также использовалась эмпирическая формула вида:

$$\alpha_1 = (0,46 \cdot T - 58) \cdot 10^{-6}. \quad (3.9)$$

Поведение кривой *1* на рисунка 3.2, *а* показывает, что при увеличении температуры модуль упругости полимера снижается почти по линейному закону. Более точно оценить разницу между температурными зависимостями модулей упругости можно из анализа данных таблицы 3.2. Такой анализ показывает, что модуль упругости полимера при начальной температуре полимера, равной 295 К, составляет 2831 МПа, а при температуре 395 К – 1011 МПа (уменьшается

приблизительно в 2,8 раза с увеличением температуры на 100 K). Такой эффект снижения модуля упругости можно объяснить увеличением средних межатомных и межмолекулярных расстояний вследствие теплового колебательного движения молекул.

a)



б)

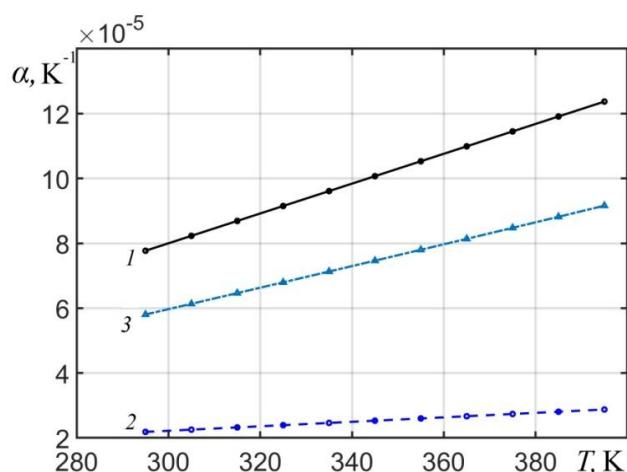


Рисунок 3.2 – Расчетное влияние температуры на модули упругости (*a*) и КЛТР (*б*) полимерного (1), составного (2) и слоистого (3) стержней.

Использованы данные табл. 1, а также формулы (3.8) и (3.9)

Результаты, полученные по формуле смеси для составного стержня (см. кривую 2 на рис. 3.2, *a*), свидетельствует о том, что при повышении температуры модуль Юнга снижается так же, как у полимера, но кривая 2 имеет угол наклона к оси абсцисс гораздо больший, чем у кривой 1. Такая разница обусловлена тем, что составной стержень (образец 2) включает в себя секцию полимера между двумя

секциями стали (относительные объемные доли полимера и стали равны соответственно 15 и 85 %), а это есть следствие того, что начальное значение модуля Юнга у такого составного стержня больше, чем у полимерного.

Таблица 3.2 – Расчетные температурные зависимости модулей упругости и коэффициентов линейного теплового расширения (КЛТР) трех исследованных образцов

Температура, К	Модуль Юнга, МПа			КЛТР, 10^{-5} K^{-1}		
	1	2	3	1	2	3
295	2831	17 534	101 793	7,8	2,19	5,805
305	2649	16 482	99 065	8,2	2,25	6,134
315	2467	15 420	96 132	8,7	2,32	6,465
325	2285	14 349	92 965	9,2	2,39	6,797
335	2103	13 267	89 535	9,6	2,46	7,130
345	1921	12 176	85 801	10,1	2,53	7,465
355	1739	11 074	81 718	10,5	2,60	7,801
365	1557	9 961	77 227	11,0	2,67	8,138
375	1375	8 839	72 255	11,5	2,74	8,477
385	1193	7 705	66 711	11,9	2,81	8,818
395	1011	6 561	60 475	12,4	2,88	9,161
П р и м е ч а н и е. Номера образцов соответствуют приведенным на рис. 3.1.						

Кривая 3 на рис. 3.2, а, полученная по формуле, учитывающей контактный слой, заметно отличается от первых двух. Для этого случая важно отметить, что значение модуля Юнга при начальной температуре, полученное по формуле (3.5), оказывается гораздо выше такового, полученного по формуле смеси. Такой синергетический эффект в слоистой структуре возникает ввиду влияния контактного слоя, возникающего между адгезивом и субстратом, и доля которого в слоистом стержне значительно выше доли в составном стержне. Выражение (3.4) позволяет учитывать наличие контактного слоя и его параметры, что и дает наблюдаемое расхождение. Поскольку расчет проводился для мягкого полимера (адгезива), модуль Юнга которого значительно ниже модуля Юнга стали (субстрата), здесь вступает в силу модуль всестороннего объемного растяжения K

(вместо обычного модуля упругости полимера), зависящий как от модуля упругости, так и от коэффициента Пуассона:

$$K = \frac{E}{2(1 - 2\mu)}. \quad (3.10)$$

В приведенном расчете коэффициент Пуассона близок к значению 0,5, а это означает главенство модуля K над модулем Юнга и повышением сопротивления слоистой структуры растяжению или сжатию.

В ходе изучения свойств материалов было установлено, что полимер обладает значительной долей свободного объема, который может представлять собой полости порядка молекулярных (мономерных размеров) или пустоты меньшей величины, связанные с нерегулярной упаковкой молекул. Процесс теплового расширения полимера представляет собой главным образом увеличение свободного объема при повышении температуры, тогда как подобные процессы в кристаллических твердых телах, с характерными для них много меньшими значениями КЛТР, связаны с ангармоничностью зависимости потенциальной энергии от межатомных или межмолекулярных расстояний [77]. В композиционных же структурах, каковыми являются слоистые материалы, разрушающие напряжения могут возникнуть, например, вследствие разницы коэффициентов линейного теплового расширения компонентов, входящих в состав слоистого композита.

На рис. 3.2, б представлены графики температурных зависимостей КЛТР полимерного, составного и слоистого стержней. Видно, что все три кривые демонстрируют рост при повышении температуры. КЛТР полимера возрастает в связи с тем, что при увеличении температуры молекулы становятся более подвижными и в процессе своего движения ослабляют межмолекулярные связи.

Согласно расчетным данным для слоистого стержня, наличие контактных слоев значительно влияет на результаты; это есть следствие преобладающего влияния модуля всестороннего объемного растяжения K (вместо обычного модуля Юнга полимера, как уже было указано выше). КЛТР слоистого стержня выше, чем у составного, рассчитанного по формуле смеси.

3.4 Расчет температурных напряжений упругих композиционных стержней

Чтобы на практике избежать расслоения материалов и разрушения их структуры, очень важно правильно проводить расчет температурных напряжений в композитных материалах. Результаты расчетов по формуле (3.7) температурных напряжений в трех образцах показали, что поведение слоистого композита при повышении температуры кардинально отличается от соответствующих реакций составного (трехсекционного) и полимерного стержней.

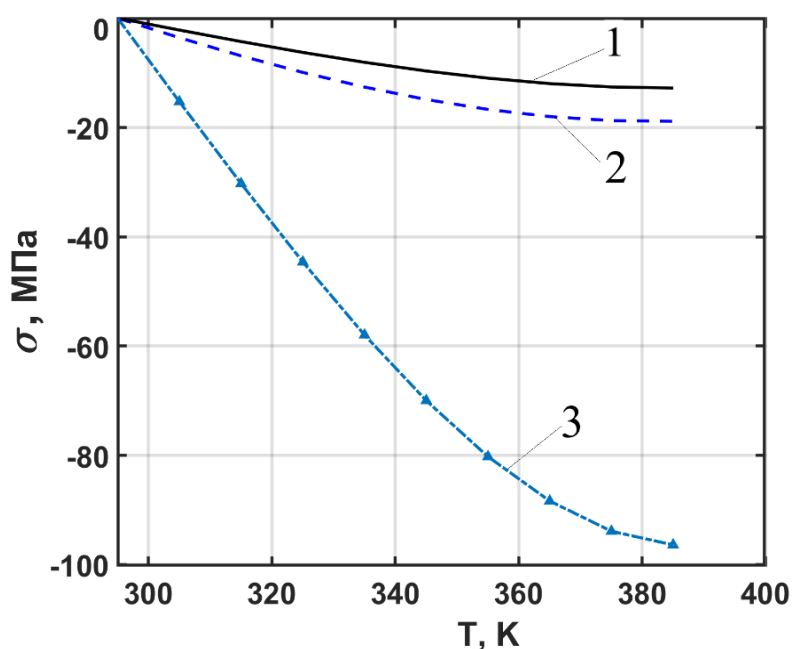


Рисунок 3.3 – Температурные зависимости напряжений в полимерном (1), составном (2) и слоистом (3) стержнях. Коэффициент Пуассона полимера $\mu_1=0.4$, $T_0=303$, остальные данные из табл. 3.1. E_1 , α_1 вычислялись с применением (3.8), (3.9)

На основании полученных значений (таблица 3.3) и построенных графиков (рисунок 3.3) можно сделать заключение, что температурные напряжения в полимерном и составном стержнях оказываются гораздо меньше, чем таковые для слоистого стержня. Это обусловлено тем, что значения модуля Юнга, полученные по формуле смеси, меньше, чем полученные по формуле (3.5), учитывающей параметры контактного слоя.

Таблица 3.3 – Расчетные температурные зависимости напряжений в трех образцах

Температура, К	Напряжение σ , МПа		
	1	2	3
295	0	0	0
305	–2.180	–3.575	–15.293
315	–4.288	–6.903	–30.279
325	–6.272	–9.932	–44.626
335	–8.084	–12.611	–57.984
345	–9.672	–14.887	–69.987
355	–10.987	–16.706	–80.248
365	–11.978	–18.014	–88.361
375	–12.595	–18.755	–93.894
385	–12.787	–18.872	–96.393
395	–12.506	–18.308	–95.377
405	–11.699	–17.003	–90.331
415	–10.318	–14.897	–80.711

П р и м е ч а н и е. Номера образцов соответствуют приведенным на рисунке 3.1

Анализ данных позволяет утверждать, что при температуре от 300 до 400 К напряжения увеличивались по абсолютной величине, но при 380 К скорость их роста с увеличением температурного перепада и увеличением самой температуры начала уменьшаться во всех трех случаях. Важно подчеркнуть, что значение КЛТР полимера гораздо выше, чем соответствующее значение для стали (см. таблицу 3.1). В слоистом и составном стержнях полимерные и стальные слои жестко соединены друг с другом и подвергнуты нагреву, при этом каждый материал стремится расширяться в соответствии со своим значением КЛТР, но, поскольку у полимера он выше, а у стали ниже, возникают температурные напряжения (полимер стремится расширяться, а сталь этому препятствует). Напряжения возникающие в результате разницы КЛТР адгезива (эпоксиды) и субстрата (стали) могут привести к расслоению. Существует мнение, что если в полимер добавить какую-либо примесь с низким КЛТР, то это может способствовать снижению температурных напряжений. Однако внедрение такой примеси в полимер может способствовать росту модуля упругости, что в свою очередь приведет к еще большим температурным напряжениям в полимере и на границе раздела фаз [78].

Как видно из приведенных зависимостей, изменение температуры во всем рассматриваемом диапазоне изменяет значение КЛТР для полимера более чем на 50 %, а модуль упругости по мере приближения температуры к точке плавления падает до нуля (см. рисунок 3.2). Такие зависимости справедливы и для стали, хотя и в меньшей степени.

КЛТР полимера $8 \cdot 10^{-5}$, КЛТР стали $1 \cdot 10^{-6}$. Объемные КТР примерно в три раза больше линейных ($24 \cdot 10^{-5}$ и $3 \cdot 10^{-6}$). Предположим, что полимер находится в жидкой фазе. Зазор неизменных размеров. При нагревании полимер расширяется, увеличиваясь в объеме. Но стенки зазора не дадут расшириться жидкости в направлении, перпендикулярном стенкам. Тогда весь лишний (подросший) объем вытечет в стороны. Это именно увеличившийся объём, который в три раза больше линейного увеличения. А если представить противоположенные условия, при которых вытекание запрещено, но при этом толщина зазора может свободно (без сопротивления) увеличиваться. При таких условиях в процессе увеличения температуры жидкости зазор увеличится, на величину, определяемую объёмным КТР, но не линейным.

Если рассмотреть адгезию практически твердого полимера со стенками зазора. В таком положении полимеру запрещено в узком зазоре расширяться вдоль зазора. Но нет практически препятствий для расширения перпендикулярно стенкам зазора. Он может реализовать объемное расширение только в этом направлении. А составной твердый стержень практически свободно реализует в этом направлении линейное расширение, поскольку зазор очень большой. Слои с адгезионным взаимодействием много меньше зазора, поэтому предполагаем, что их вклада практически нет.

3.5 Выводы по главе

В главе представлены результаты расчетов термоупругих свойств слоистых композитов и проведен анализ полученных данных. Также в ходе анализа был выяснен физический механизм изменений, происходящих внутри материала под

влиянием температуры. Расчеты модуля Юнга и коэффициента линейного температурного расширения (КЛТР) проводились на основе теории метода контактного слоя для слоистого стержня и по классическим формулам смеси для составного. Теория метода контактного слоя позволяет учитывать геометрические и физико-механические параметры субстрата, адгезива и контактного слоя (слой, формирующийся в процессе нанесения адгезива на субстрат), поэтому моделирование и расчет учитывают особенности поведения тонких адгезионных прослоек.

Показано, что при расчете характеристик слоистого стержня необходимо уделять особое внимание адгезионному взаимодействию межфазных слоев. На основе проведенных расчетов и анализа их результатов можно сделать очевидный вывод, что при изучении термоупругих параметров стержня со слоистой структурой следует учитывать большое количество механических характеристик. В частности, (помимо модулей упругости и КЛТР полимера и субстрата) значительное влияние оказывают коэффициент Пуассона, толщина составляющих слоев, размер поперечного сечения и жесткость контактного слоя.

Важно отметить, что аналитическая формула (3.5) для определения эффективного модуля Юнга полученная с применением метода контактного слоя довольно хорошо согласуется с результатами физического эксперимента [1], [64], [76] и может считаться достаточно точной. Использование данной формулы (3.5) эффективного модуля (позволяющей учитывать свойства контактного слоя), дает возможность проводить численные эксперименты путем варьирования геометрических и физико-механических параметров, характеризующих слоистый композит.

ГЛАВА 4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА В ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНЫХ КОМПОЗИТАХ

Большинство научных исследований в области композиционных материалов сосредоточены на возможных технических приложениях, но в то же время наблюдается дефицит научных исследований, посвященных анализу влияния физико-механических, геометрических параметров и топологии на распространение упругих волн в различных искусственных композиционных материалах. Большое количество численных и физических экспериментов, имеющих важное для науки значение провела Мэри К. Бойс с соавторами. Некоторые из них представлены в работах [22-23]. В этих научных публикациях она уделяет внимание разработке настраиваемых материалов. Также анализирует влияние геометрии и топологии структур гетерогенных материалов на их физико-механические свойства. Для реализации инженерно-технических решений необходимо, чтобы слоистые материалы обладали высокими звукоизоляционными свойствами, были безопасными, легкими, прочными и долговечными. Межслойная прочность слоистых композитов изучалась в работах [79-80]. Однако авторы этих работ не описывают влияние параметров адгезионного взаимодействия, учет которых является необходимым для точной оценки напряженно-деформированного состояния и прочности. В научной публикации [81] авторы представляют исследования по оптимизации слоистых материалов с вязкоупругим демпфирующим слоем методом конечных элементов. Авторы не указывают, как проводилось моделирование адгезии в системе ABAQUS, хотя это очень важно для оценки и оптимизации прочности подобных конструкционных материалов, о чем свидетельствуют работы [82-84]. В перечисленных статьях авторы используют метод конечных элементов для моделирования слоистой структуры. Этот метод отработан с достаточно высокой точностью, однако решение задачи о напряженно-деформированном состоянии слоистой конструкции приводит к возникновению сингулярных напряжений в угловых точках поверхности склейки [85]. Существуют

способы «обхода» сингулярностей [86, 87], но эти методы зачастую не проверяются физическими экспериментами. Как было сказано ранее, теория метода контактного слоя позволяет избежать таких проблем, как бесконечные касательные напряжения, возникающие на границах между слоями и в угловых точках склейки. Достоверность данной теории подтверждена многочисленными экспериментами, которые представлены в [1]. Важно отметить, что для определения свойств слоистых композиционных материалов Р.А. Турусов использует квазистатические методы, а в настоящей работе предлагаются акустические методы экспериментального исследования.

Целью расчетов являлось определение скорости звука в трансверсально-изотропном композиционном материале. В рамках возможностей теории используемого метода был проведен анализ влияния на скорость звука некоторых физико-механических и геометрических характеристик компонентов моделей композиционных материалов. Также представляется сравнительный анализ кривых, полученных по используемой теории с кривыми физического эксперимента.

4.1 Продольные колебания упругого стержня

Запишем волновое уравнение относительно перемещений u :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (4.1)$$

где скорость звука:

$$a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (4.2)$$

E — модуль Юнга; ρ — плотность.

Если стержень не закреплен и внешнее воздействие только с одного конца, то краевые условия могут быть представлены как:

$$u_x|_{x=0} = 0; \quad u_x|_{x=\ell} = \frac{P_0}{ES} \cdot \sin \omega t = \frac{P_0}{ES} \cdot e^{i\omega t} = A e^{i\omega t} = A \sin \omega t. \quad (4.3)$$

Начальные условия можно задать в виде:

$$u|_{t=0} = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad (4.4)$$

Но для получения необходимых выражений можно ограничиться решением без учета начальных условий.

Принимаем, что

$$u(x, t) = X(x) \cdot \sin \omega t. \quad (4.5)$$

После подстановки (4.5) в уравнения (4.1) получим задачу (4.6) - (4.8)

$$X''(x) + \frac{\omega^2}{a^2} X(x) = 0 \quad (4.6)$$

или

$$X'' + k^2 X = 0, \quad k = \frac{\omega}{a} \quad (4.7)$$

$$X'(0) = 0; \quad X'(\ell) = A \quad (4.8)$$

Решение уравнения (4.7) при краевых условиях (4.8) получается следующим:

$$X(x) = A \frac{\sin kx}{\sin k\ell}, \quad (4.9)$$

Искомое решение, как известно [89] может быть представлено в двух вариантах:

$$u^{(1)}(x, t) = A \frac{\sin kx}{\sin k\ell} \cos \omega t = A \frac{\sin \frac{\omega}{a} x}{\sin \frac{\omega}{a} \ell} \cos \omega t, \quad (4.10)$$

$$u^{(2)}(x, t) = A \frac{\sin kx}{\sin k\ell} \sin \omega t = A \frac{\sin \frac{\omega}{a} x}{\sin \frac{\omega}{a} \ell} \sin \omega t. \quad (4.11)$$

При $\sin k\ell = 0$, т.е.

$$k\ell = n\pi \quad (n = 1, 2, \dots), \quad (4.12)$$

амплитуда устремляется к бесконечности, что соответствует резонансу, так как в этом случае соответствующая частота равна собственной частоте стержня:

$$\omega_n = \frac{n\pi}{\ell} a; \quad (n=1,2,\dots) \quad (4.13)$$

В реальности существуют процессы затухания, и соответственно амплитуда в резонансе не может устремиться к бесконечности, но может стать очень большой.

Вспомнив, выражение для скорости звука (4.2), из (4.13) можно получить выражение для определения модуля упругости:

$$E = \frac{\omega^2 \ell^2 \rho}{n^2 \pi^2} = \frac{4 f_n^2 \ell^2 \rho}{n^2} \quad (4.14)$$

где f_n – частота колебаний. Длина волны в резонансе равна:

$$\lambda_n = \frac{V_s}{f_n} = 2 \frac{\ell}{n} \quad (4.15)$$

т.е. на длине стержня в резонансе укладывается целое число полуволин

$$\frac{\lambda_n}{2} n = \ell \quad (n=1,2,\dots) \quad (4.16)$$

n – порядковый номер гармоник.

4.2 Влияние параметров адгезионного контакта на скорость звука в слоистых стержнях

Экспериментальные данные, использованные в данной главе, были опубликованы сотрудниками института химической физики РАН в публикации [76]. В эксперименте использовался квазистатический метод определения модуля упругости, здесь для исследования полимерных композитов разумнее прибегать к акустическим методам неразрушающего контроля [89-92]. В связи с этим, исходя из представленных в статье [76] экспериментальных значений модулей Юнга были теоретически вычислены скорости звука (рисунок 4.1).

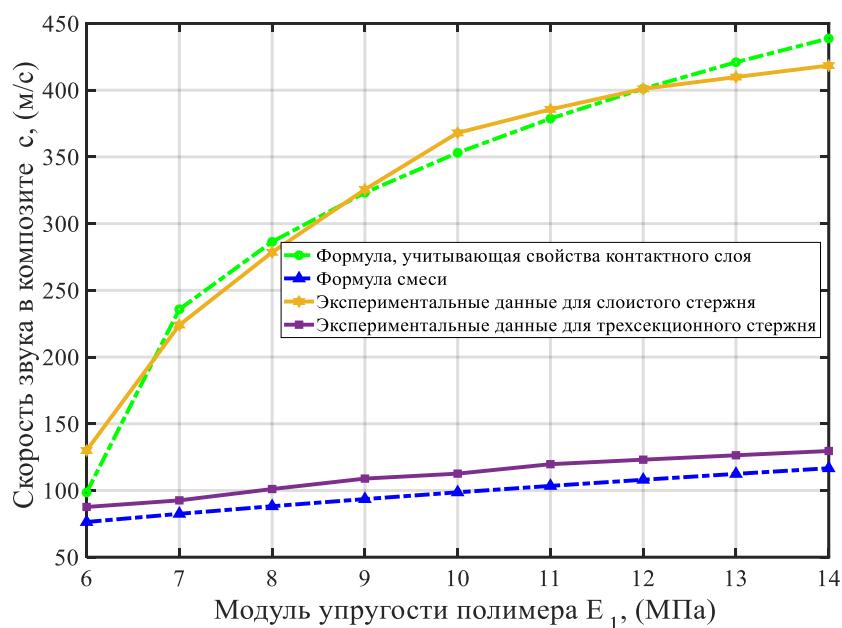


Рисунок 4.1 – Экспериментальное и теоретическое исследование влияния модуля Юнга полимерного связующего на скорости звука композиционных стержней (трехсекционный и слоистый)

Важно отметить, что в акустических методах используются упругие волны (продольные, поперечные, поверхностные, нормальные, изгибные) широкого частотного ультразвукового диапазона, излучаемые в непрерывном или импульсном режиме. Упругие волны распространяются в материале образца с разной скоростью. Также волны ослабляются в зависимости от параметров материала. При распространении звуковой волны в трансверсально-изотропном материале на границах межфазных поверхностей (в зоне адгезионного взаимодействия слоев) могут происходить такие процессы, как преломление, отражение и рассеяние, которые оказывают влияние на амплитуду, фазу и другие параметры прошедшей волны. Если длина волны соизмерима с длиной стержня, то перечисленные процессы менее заметны.

Существует мнение, что геометрические размеры сечения, значительно меньшие длины стержня (экспериментального образца), позволяют наиболее точно измерить модуль Юнга изотропного материала. Выражение для модуля упругости (3.5) дает возможность учесть длину сечения стержня l , параметры контактного слоя, коэффициент Пуассона и другие параметры. И в то же время проверить

приведенное выше утверждение об увеличении точности измерения модуля Юнга при уменьшении, например, диаметра стержня. Здесь становится возможным увидеть влияние размера сечения на скорость передаваемого звука, и проверить влияние модуля упругости и коэффициента Пуассона вязкоупругого полимера (эпоксидной смолы) на эту скорость. Связь между модулем упругости и скоростью звука выражается известной формулой (4.2).

Данные из таблицы 4.1, представленные в работе [93], показывают, что с увеличением жесткости контактного слоя увеличивается эффективный модуль упругости и скорость звука. Жесткость контактного слоя меняется вначале процесса отверждения достаточно быстро, но с течением времени это влияние ослабляется.

Таблица 4.1 – Экспериментальные и теоретические данные исследования скорости звука в композиционных стержнях

		Скорость звука, м/с			
Эксперимент				Теория	
E_1 , МПа	Жесткость контактного слоя G_h , МПа/мм	Слоистый композит	Трехсекционный композит	Формула, учитывающая контактный слой	Формула смеси (Рейсса)
6	136.4	129.962	87.655	98.518	76.396
7	4681.6	223.996	92.591	235.773	82.516
8	8935.6	278.537	101.082	286.401	88.212
9	12898.4	325.586	108.914	323.182	93.562
10	16570.0	368.029	112.625	353.127	98.621
11	19950.4	385.623	119.704	378.701	103.434
12	23039.6	401.020	123.090	401.091	108.031
13	25837.6	409.839	126.386	420.974	112.441
14	27968.4	418.472	129.598	438.773	116.684

Жесткость контактного слоя gr рассчитывалась с использованием функции, полученной из аппроксимации экспериментальных данных:

$$gr = -145.6 \cdot E_1^2 + 6438 \cdot E_1 - 33250.$$

Ниже приведены графики и исходные данные исследования композитных стержней. Обработка результатов измерений и необходимые численные эксперименты проводились также с помощью компьютерной программы "FUSION 1.0" [Приложение Б], о которой также упоминалось в предыдущей главе.

На рисунке 4.2 показано, что скорость звука значительно увеличивается при изменении размера сечения. Этот процесс происходит в связи с увеличением модуля Юнга композита. Его рассчитывали по формуле (3.5). Длина стороны сечения учитывается в коэффициенте ν , присутствующем в формуле (3.5). Данный коэффициент характеризует контактный слой рассматриваемого объекта.

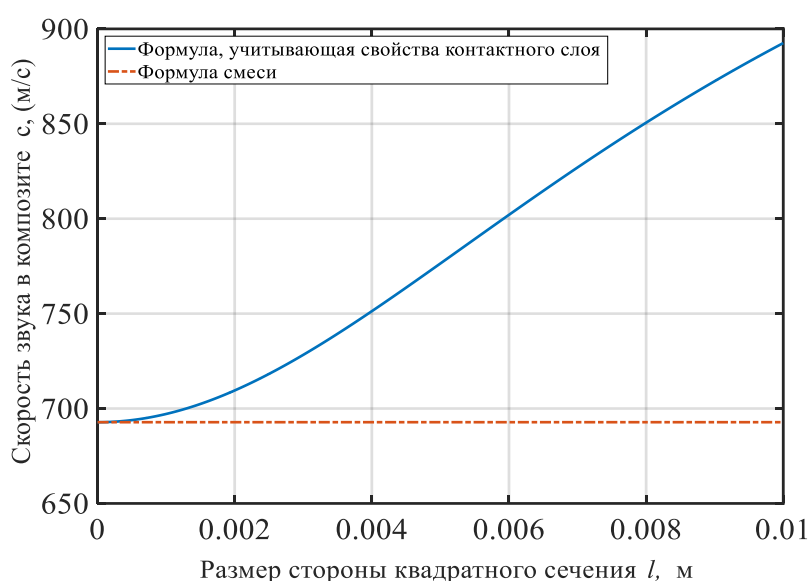


Рисунок 4.2 – Зависимость скорости звука от размера квадратного сечения l .

Исходные данные расчетного случая: l = варьируется от 10^{-9} м до 0,01 м; $E_0 = 210\,000$ МПа; $E_1 = 500$ МПа; $\mu_0 = 0,3$; $\mu_1 = 0,44$; $\rho_0 = 7800$ кг/м³; $g_r = 25000$ МПа/м; $\rho_1 = 1200$ кг/м³

Скорость звука возрастает с увеличением модуля упругости полимера, поскольку межатомное взаимодействие становится значительно сильнее. Мягкие вязкоупругие полимерные слои эпоксидной смолы обладают сравнительно высокими демпфирующими свойствами, и в процессе отверждения можно наблюдать их снижение. Это сопровождалось увеличением модуля Юнга и скорости звука. Скорость звука в кристаллических твердых телах характеризуется анизотропией, т.е. зависимостью от направления распространения. В

анизотропных телах существуют разные расстояния между атомами в разных направлениях, разные значения силы взаимодействия и, следовательно, разные свойства. Все эти характеристики влияют на скорость распространения звука.

На рисунке 4.3 показано, что с увеличением коэффициента Пуассона полимера до предельного значения 0,5 скорость звука увеличивается, так как слоистая структура приобретает большую способность сопротивляться сжатию (растяжению). Для корректности расчетов необходимо максимально точно определить коэффициент Пуассона, входящий в выражение (3.5). Ни размер квадратного сечения l , ни коэффициент Пуассона не влияют на значение модуля Юнга, рассчитанного по формуле смеси (3.1), и поэтому скорость звука остается неизменной. Это было показано на рисунках 4.2 и 4.3.

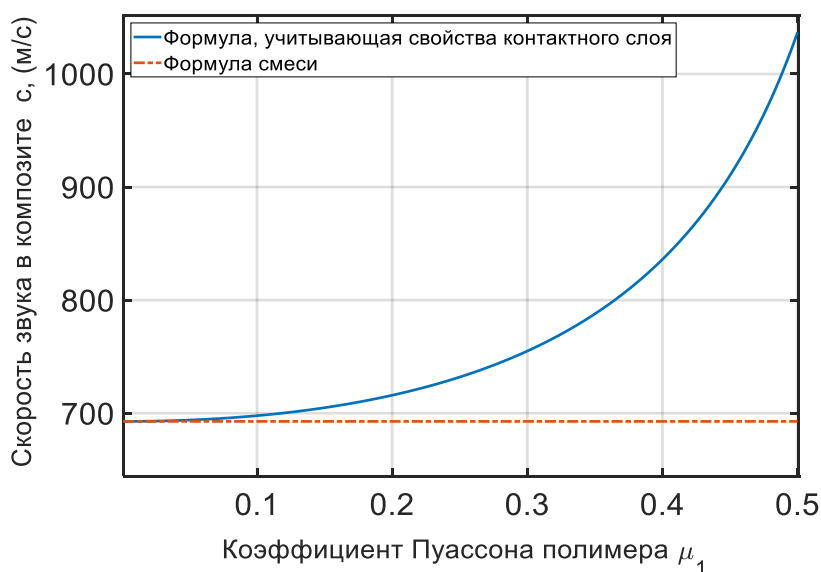


Рисунок 4.3 – Зависимость скорости звука, проходящего через композит, от коэффициента Пуассона полимера. Исходные данные: $l = 0,01$ м; $E_0 = 210\,000$ МПа; $E_1 = 500$ МПа; $\mu_0 = 0,3$; μ_1 = варьируется от 0 до 0,5; $\rho_0 = 7800$ кг/м³; $g_r = 25000$ МПа/м; $\rho_1 = 1200$ кг/м³

Можно сделать вывод, что скорость звука в стержне слоистой структуры зависит от многих параметров, которые необходимо учитывать. Важно отметить, что аналитическая формула для определения эффективного модуля Юнга с использованием модели контактного слоя достаточно хорошо согласуется с

результатами физического эксперимента (рисунок 4.1) и может считаться точной. Формула эффективного модуля, в которую включен контактный слой может использоваться для определения скорости звука и дает возможность проводить численные эксперименты путем изменения размера прямоугольного сечения. Считается, что чем меньше размер сечения стержня по отношению к длине, тем лучше результаты неразрушающего контроля, однако из представленных результатов установлено, что это правило не выполняется в том случае, если рассматривается многослойный стержень. Все эти принципы относятся к стержням с однородной структурой. При изменении размера сечения стержня будет происходить видимое изменение модуля упругости, что является значимым для обнаружения синергетического эффекта композита. Исходя из представленных в настоящей главе исследований было проведено расширенное экспериментальное исследование металлополимерных многослойных стержней.

4.3 Выводы по главе

Проведен расчет скорости звука в композиционных стержнях двух видов (слоистый и трехсекционный) на основе экспериментальных зависимостей модуля упругости композита от модуля упругости полимера, полученных другими авторами квазистатическим методом экспериментального исследования.

Проведен анализ влияния модуля упругости (Юнга) полимера, коэффициента Пуассона, длины стороны поперечного сечения образца на скорость звука в композиционном стержне.

В работе [93] представлен анализ влияния параметров адгезионного взаимодействия между слоями мягкого полимера и стали на скорость продольной звуковой волны.

На основании проведенного анализа были определены основные задачи, которые необходимо решать с помощью натурного эксперимента. Также были выделены некоторые факторы, позволившие определить методику проведения эксперимента.

ГЛАВА 5. ФИЗИЧЕСКИЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Для настоящего диссертационного исследования проводился комплекс физических экспериментов, направленных на исследование свойств многослойных композиционных материалов. В главе подробно описывается экспериментальная установка и процедура проведения эксперимента, а также используемые материалы и изготовленные образцы.

5.1 Материалы и образцы

Методика изготовления слоистых композиционных стержней.

Образцы многослойных композитов изготавливались по специально разработанной авторской методике, подробное описание которой представлено ниже. Моделью композиционных слоистых материалов являются многослойные стержни, состоящие из тонких металлических пластинок (квадратного, прямоугольного и круглого сечения), которые соединялись между собой слоями полимерного адгезива.

Для изготовления полимерных слоев был выбран эпоксидиановый олигомер ЭД-20 (аналог DGBA) [94]. Эпоксидные полимеры широко используются в машиностроении из-за их универсальности, прочности, долговечности, термической и химической стойкости, адгезионной способности.

Термореактивные эпоксидные смолы в настоящее время могут охватывать широкий спектр свойств в зависимости от отвердителей и пропорций, циклов отверждения и добавок, которые могут быть внесены в процессе их приготовления. Этот факт делает их актуальными для многих отраслей промышленности, включая аэрокосмическую. Важно отметить, что эпоксидные термореактивные смолы, обычно используемые в самолетах, основаны на диглицидиловом эфире бисфенола А (DGEBA).

В таблице 5.1 указаны необходимые для изготовления полимерного связующего материалы.

Таблица 5.1 – Материалы для изготовления полимерного связующего

№	Материал
1	Эпоксидная смола ЭД 20
2	Полиэтиленполиаминовый отвердитель (ПЭПА)
3	Пипетки «Пастера»
4	Весы высокой точности
5	Ацетон
6	Шприц
7	Палочка лабораторная для перемешивания
8	Лабораторная посуда

Химическая формула неотвержденного эпоксидного полимера выглядит следующим образом:

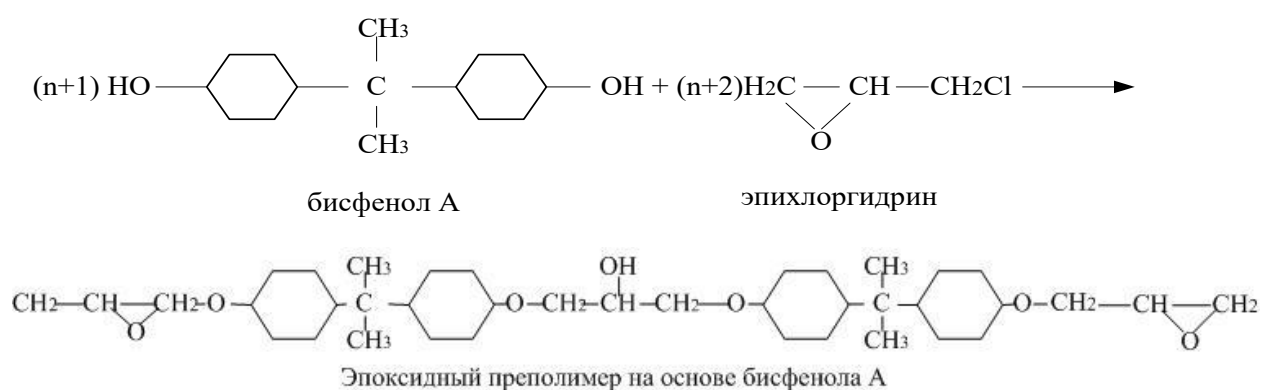


Рисунок 5.1 – Эпоксидный преполимер, образованный из бисфенола-А и эпихлоргидрина

где n указывает число мономеров в полимерной эпоксидной смоле (степень полимеризации эпоксидной смолы) и может достигать 25, но для большинства смол n не превышает 10. От степени полимеризации зависит вязкость т.е. чем выше степень полимеризации, тем выше значение вязкости.

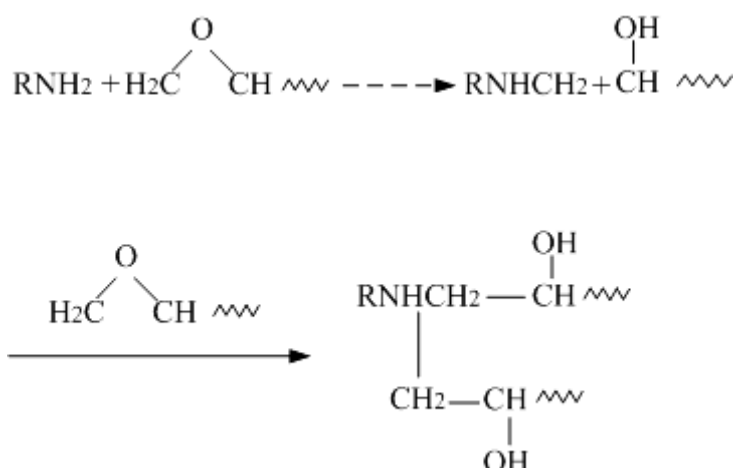
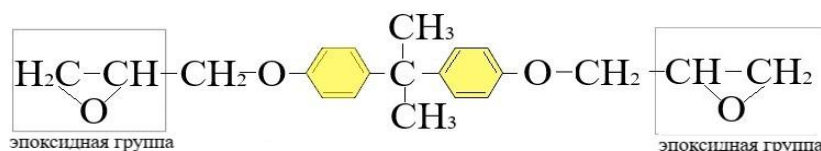


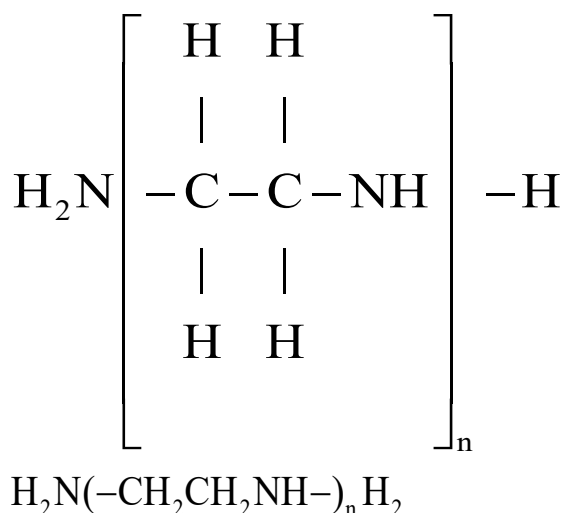
Рисунок 5.2 – Отверждение эпоксидной смолы реакцией форполимера с амином

Химическая формула эпоксидного полимера ЭД-20 [95]



В формуле видно, что полимер марки ЭД-20 имеет 2 эпоксидные группы.

Формула полиэтиленполиаминового (ПЭПА) отвердителя:



Масса полиэтиленполиамины для отверждения 100 граммов эпоксидной смолы ЭД -20 (21% эпоксидных групп) следует выбирать в интервале от 10 до 15,75 граммов (оптимально 13,7 грамм). Режим отверждения композиции, имеющей в своем составе 100 массовых частей ЭД-20 и 10 частей ПЭПА протекает 24 часа при температуре 20-25°С. Иногда для улучшения физико-механических свойств дополнительно добавляется 5 часов при температуре 80 °С. С

полиэтиленполиамином (ПЭПА) достаточно удобно работать при комнатных температурах. Эпоксидные смолы образуются в результате двухэтапного процесса. Первоначально низкомолекулярный форполимер получают путем катализируемой основанием ступенчатой реакции роста дигидроксисоединения, такого как бисфенол-А, с эпоксидом, обычно эпихлоргидрином, как показано на рисунке 5.1. Молекулярная масса форполимера увеличивается, и сетка формируется во время отдельной стадии отверждения, как показано на рисунках 5.2 и 5.3. Амины, обычно ароматические, могут использоваться для раскрытия кольца концевых эпоксидных групп посредством нуклеофильного присоединения (рисунок 5.2). Ангидриды карбоновых кислот, такие как ангидрид фталевой кислоты, могут вступать в реакцию с боковым гидроксидом с образованием сложноэфирных кислот, которые затем могут реагировать с эпоксидом или другими гидроксильными группами с образованием дополнительных сложноэфирных групп (рисунок 5.3) [95].

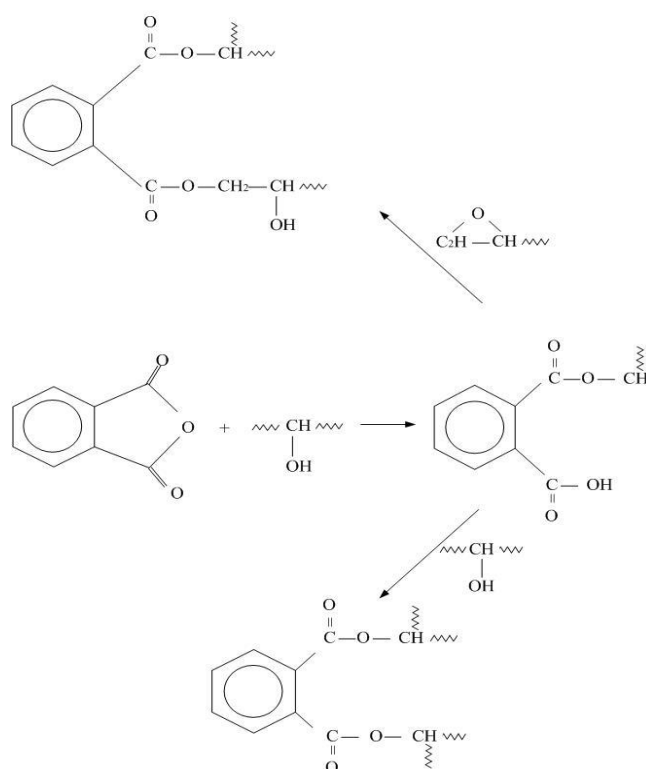


Рисунок 5.3 – Отверждение эпоксидной смолы реакцией форполимера с ангидридом

Мониторинг времени и механизма отверждения является критически важным этапом в процессе производства полимерного композита, поскольку, как

только полимер переходит в твердое состояние, форма композитной детали фиксируется на месте и не может быть изменена. В эпоксидных смолах критической точкой в формировании микроструктуры является переход жидкости в твердое состояние, известный как гелеобразование. В гелеобразном состоянии образуется непрерывная сетка, характеризующаяся конечным равновесным модулем. До гелеобразования эпоксидная смола представляет собой вязкоупругую жидкость. После гелеобразования эпоксидная смола продолжает испытывать физико-химические преобразования и превращается в твердое тело.

Для изготовления металлических слоев использовался лазерный станок по металлу с числовым программным управлением. Изготавливать слои из длинных стержневых металлических образцов поперечной резкой стандартными токарными инструментами (например, циркулярной пилой) достаточно затруднительно. Если изготавливать металлические пластины таким способом, то в процессе резки возникают определенные деформации, которые потребуется ликвидировать шлифовкой каждого слоя, а этот процесс достаточно трудоемкий. Лазерная резка отличается отсутствием механического воздействия на обрабатываемый материал, поэтому возникают минимальные деформации, как временные в процессе резки, так и остаточные после полного остывания. Вследствие этого лазерную резку, даже легкодеформируемых и нежестких заготовок и деталей, можно осуществлять с высокой степенью точности. Сфокусированный лазерный луч (рисунок 5.4), обеспечивает высокую концентрацию энергии и позволяет разрезать практически любые материалы независимо от их теплофизических свойств. В процессе резки, под воздействием лазерного луча материал разрезаемого участка плавится, возгорается, испаряется или выдувается струей газа.

Станки лазерной резки широко используются в металлообрабатывающей промышленности по всему миру. Благодаря широкому спектру современных решений для резки с использованием передовых технологий такого рода станки отвечают особым потребностям предприятий в металлообрабатывающем секторе, специализирующихся на обработке и промышленной резке листового металла. Лазерные станки позволяют резать несколько типов металла, таких как сталь,

нержавеющая сталь, алюминий, латунь медь и др. различной толщины. Благодаря инновационным автоматизированным системам мониторинга и контроля деталей можно значительно снизить производственные затраты и достичь минимальной удельной себестоимости детали. Поскольку лазерные станки работают совместно с числовым программным управлением (ЧПУ), это открывает возможность разработки индивидуальных решений, адаптированных к конкретным задачам промышленности. Режущие станки могут быть оптимизированы с помощью индивидуальных решений по автоматизации и интеллектуального программного обеспечения для управления и стратегического совершенствования производства.

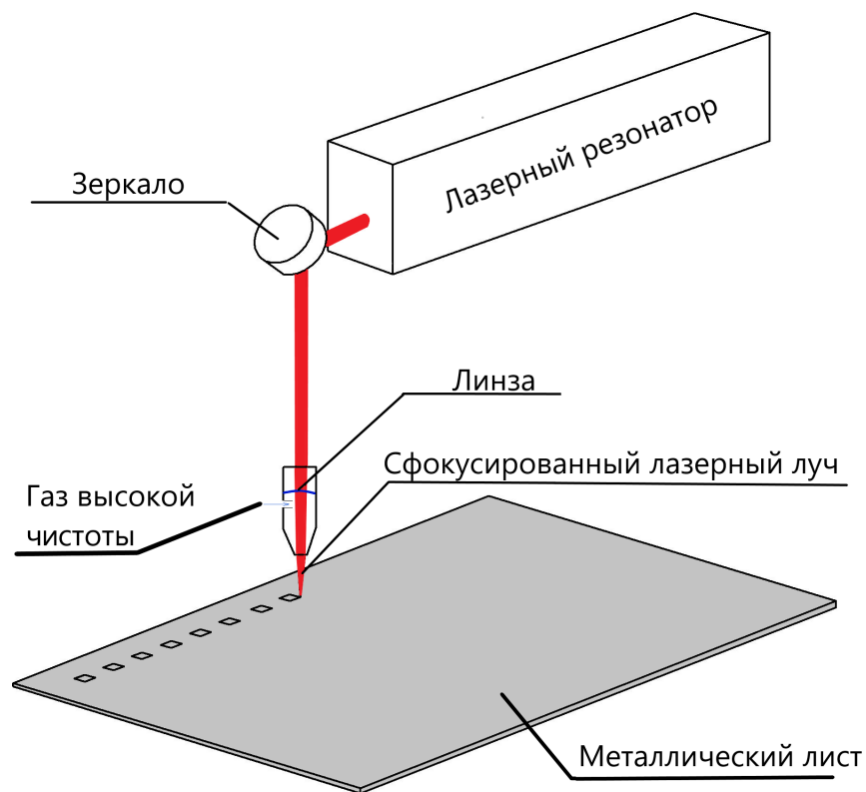


Рисунок 5.4 – Схема процесса лазерной резки

После лазерной резки мы получим требуемой геометрической формы пластинки (круглые, квадратные) определенного размера (рисунок 5.5 и 5.6), которые в дальнейшем будут служить слоями субстрата, составляющими композиционный стержень.

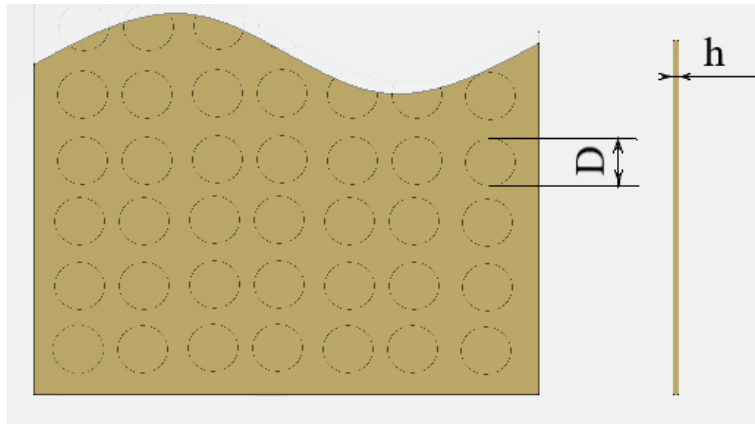


Рис 5.5 – Схематичное изображение листа латуни с дисками, вырезанными лазерной установкой

Далее диски с легкостью извлекаются из незадействованного контура листа и подвергаются осмотру для предотвращения попадания бракованных элементов (дисков) в состав слоистого композиционного стержня. Брак может быть связан с неправильной работой лазерного станка или попаданием искр, которые оставляют достаточно глубокие следы (~ 0.2 мм).

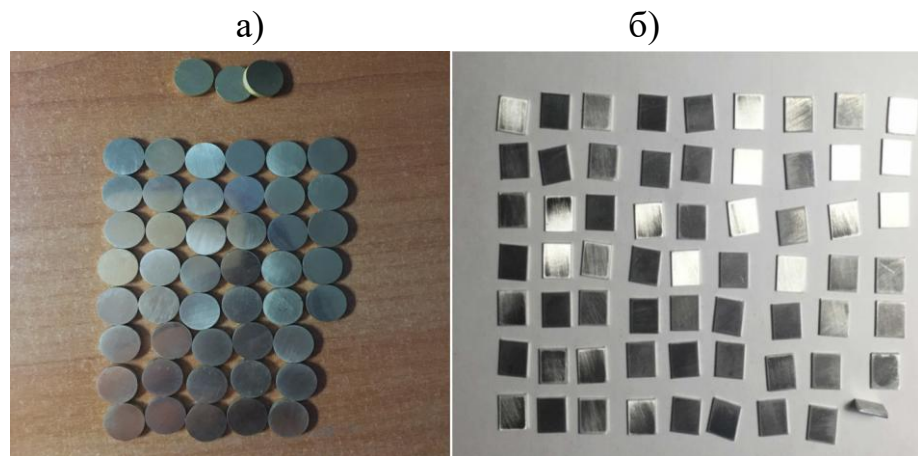


Рис 5.6 – Изготовленные с помощью лазерной резки пластинчатые элементы (пластины), а) дисковые элементы из латуни Л63; б) элементы квадратного сечения из алюминия АМг2М

После получения металлических слоев и полимерного адгезива следует этап компоновки слоистого стержня. Поскольку при соединении большого количества металлических слоев полимерное связующее стремится покинуть площадь склейки под давлением каждого вышележащего слоя субстрата (металла), предлагается

использовать прозрачную трубку из поливинилхлоридной (ПВХ) пленки (толщина ≤ 100 мкм), которая будет удерживать процесс растекания адгезива (рисунок 5.7).



Рисунок 5.7 – Трубка из поливинилхлоридной (ПВХ) пленки с резиновой пробкой

После того, как пленка готова в нее помещается первый металлический слой как показано на рисунке 5.8. В связи с тем, что существует необходимость максимально плотного прилегания слоев субстрата к пленке, возникают некоторые затруднения при их продвижении, поэтому требуется применять стержень, с помощью которого диск перемещается вниз. Стержень при этом следует держать строго перпендикулярно к поверхности диска для того, чтобы не повредить пленку.



Рисунок 5.8 – Порядок установки первого слоя композитного стержня

Предварительно приготовленная смесь ЭД-20 с отвердителем заливается в цилиндр шприца с установленной иглой. На уже установленный металлический диск наливается полимер (рисунок 5.9). Для определения количества наливаемого полимера важно смотреть на градуированную шкалу шприца, по которой видно какое количество содержимого было вылито.



Рисунок 5.9 – Порядок заливки полимерного слоя

Как видно на рисунке 5.10 дальнейший процесс становится циклическим, т.е. также как на первом этапе (рисунок 5.) устанавливается слой субстрата, а затем заливается полимер (рисунок 5.9). В итоге получаем слоистую структуру в виде стержня.



Рисунок 5.10 – Установка третьего слоя (7) и схематическое изображения скомпонованного образца (8).

На последнем этапе, после того как полимер относительно затвердел, удаляется пленка (см. рисунок 5.11).

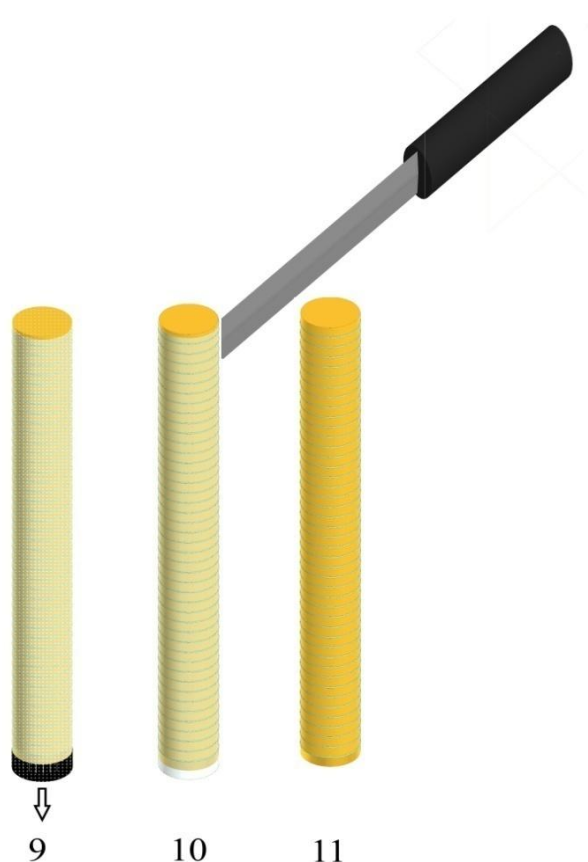


Рисунок 5.11 – Процесс удаления пленки с изготовленного слоистого образца

5.2 Исследуемые образцы. Характеристики

В качестве объектов исследования было выбрано пять стержневых образцов стержня (рисунок 5.12). Один из стержней изготовлен из эпоксидного полимера, второй и третий состоит из тонких слоев латуни, склеенных между собой эпоксидным адгезивом. Второй и третий образцы отличаются друг от друга геометрическими размерами, но составляющие их слои имеют одинаковые физико-механические параметры. Четвертый образец представляет собой стержень квадратного сечения, состоящий из алюминиевых и полимерных слоев. Пятый образец был изготовлен из двух алюминиевых пластин, соединенных между собой слоем полимерного адгезива. Характеристики образцов указаны в таблице 5.2.

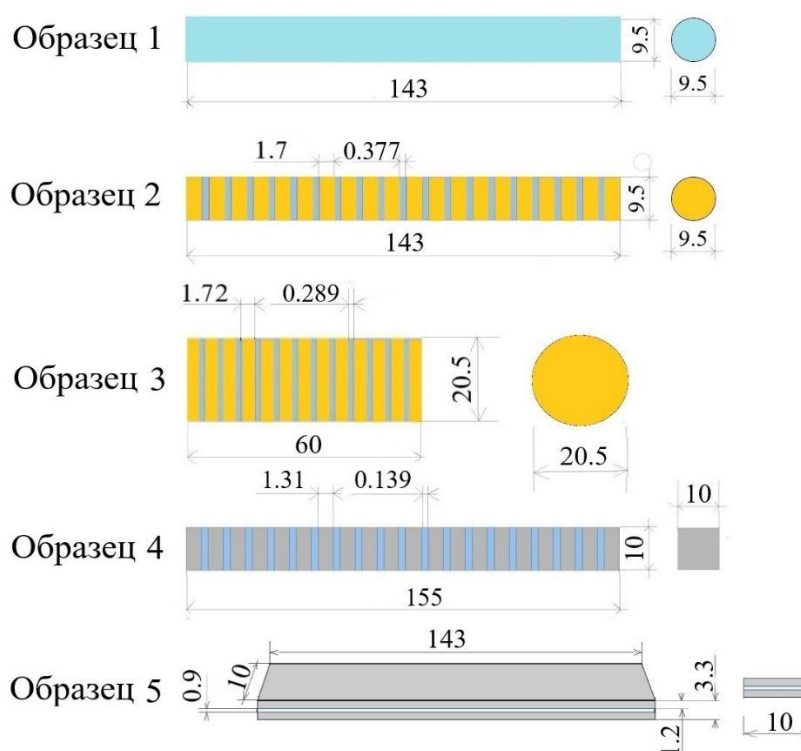


Рисунок 5.12 – Геометрия исследованных композитных стержней:
цельного полимерного, образца - свидетеля (1) и слоистых (2,3,4,5)
(размеры даны в мм)

Таблица 5.2 – Характеристики экспериментальных образцов, представленных на рисунке 5.12.

Параметр	Обозначение	Значение
<i>Геометрические размеры образцов</i>		
Общая длина образца 1, мм	$L_{pol,1}$	143
Размер стороны сечения образца 1, мм	$l_{pol,1}$	9.5
Общая длина образца 2, мм	$L_{c,2}$	143
Размер стороны сечения образца 2, мм	$l_{c,2}$	9.5
Число слоев в образце 2, шт латунных полимерных (ЭД-20 + ПЭПА)	$n_{lat,2}$	69
	$n_{pol,2}$	68
Толщина слоев в образце 2, мм латунных полимерных (ЭД-20 + ПЭПА)	$h_{0,2}$	1.7
	$h_{1,2}$	0.377
Общая длина образца 3, мм	L_3	60
Размер стороны сечения образца 3, мм	$l_{c,3}$	20.5

Параметр	Обозначение	Значение
<i>Геометрические размеры образцов</i>		
Число слоев в образце 3, шт латунных полимерных (ЭД-20 + ПЭПА)	$n_{lat,3}$ $n_{pol,3}$	30 29
Толщина слоев в образце 3, мм латунных полимерных (ЭД-20 + ПЭПА)	$h_{0,3}$ $h_{1,3}$	1.72 0.289
Общая длина образца 4, мм	$L_{c,4}$	156
Размер стороны сечения образца 4, мм	$l_{c,4}$	10
Число слоев в образце 4, шт алюминия (алюминиевых) полимерных (ЭД-20 + ПЭПА)	$n_{al,4}$ $n_{pol,4}$	107 106
Толщина слоев в образце 4, мм алюминия полимерных (ЭД-20 + ПЭПА)	$h_{0,4}$ $h_{1,4}$	1.31 0.139
Общая длина образца 5, мм	$L_{c,5}$	143
Число слоев в образце 5, шт алюминия (алюминиевых) полимерных (ЭД-20 + ПЭПА)	$n_{al,5}$ $n_{pol,5}$	2 1
Толщина слоев в образце 5, мм алюминия полимерных (ЭД-20 + ПЭПА)	$h_{0,4}$ $h_{1,4}$	1.2 0.9
<i>Физико-механические свойства материалов</i>		
Латунь: модуль Юнга, ГПа коэффициент Пуассона плотность, кг/м ³	E_{lat} μ_{lat} ρ_{lat}	116 0.364 9550
Полимер (ЭД-20 + ПЭПА) коэффициент Пуассона плотность, кг/м ³	μ_1 ρ_{pol}	0.45 1250
Жесткость контактного слоя в образцах 2 и 3, ГПа/мм	gr_{lat}	25
Алюминий: модуль Юнга, ГПа коэффициент Пуассона плотность, кг/м ³	E_{al} μ_{al} ρ_{al}	71 0.3 2690
Жесткость контактного слоя в образце 4, ГПа/мм	$gr_{al,4}$	8
Примечание. Первые нижние индексы 0 и 1 обозначают субстрат и полимер, соответственно, а вторые (после запятой) обозначают номер образца. Индекс <i>al</i> обозначает алюминий, <i>lat</i> — латунь, а <i>pol</i> — полимер, <i>c</i> — композит.		

На рисунке 5.13 представлены фотографии изготовленных образцов, размеры которых соответствуют, тем которые указаны на рисунке 5.12 и таблице 5.2.



Рисунок 5.13 – Фотографии стержневых образцов, которые были созданы для экспериментального исследования

5.3 Экспериментальное определение модуля упругости слоистых образцов в процессе отверждения. Процедура экспериментальных измерений. Измерительные устройства и установка

Как уже было сказано выше, первый стержень был выполнен полностью из эпоксидной смолы. Второй, третий и четвертый образцы представляют собой многослойную структуру из чередующихся слоев металла и слоев полимера. В процессе отверждения этих стержней измерялась скорость звука, с помощью ультразвукового прибора «ПУЛЬСАР-2.2» (рисунок 5.14, а). Основные технические характеристики указанного прибора приведены в таблице 5.3. Измерение производилось на образцах в удерживающей пленке, поскольку адгезив первые несколько часов достаточно жидкий.

Таблица 5.3 – Технические характеристики прибора «ПУЛЬСАР-2.2»

Параметр	Значение
Диапазон измерения/показаний времени, мкс	10...100 10...20000
Пределы допускаемой основной абсолютной погрешности измерения времени, мкс	$\pm(0,01t + 0,1)$
Диапазон измерения скорости, м/с	1000....10000
Пределы допускаемой основной абсолютной погрешности измерения скорости, м/с	$\pm(0,01v + 10)$
Пределы допускаемой дополнительной абсолютной погрешности измерения скорости и времени при отклонении температуры окружающей среды на каждые 10°C в пределах рабочего диапазона, в долях от основной погрешности, не более	0,5
Диапазон / шаг регулировки усиления, дБ	80 / 6
Напряжение возбуждения, В	500
Рабочие частоты УЗК, кГц	60 $\pm$ 10

Для оценки погрешности указанного прибора скорость звука в четырех отвержденных композиционных стержнях (образцы – 1,2,3,5, изображенные на рисунке 5.13) также измерялась методом акустического резонанса (рисунок 5.14, б). В образце 5 скорость звука измерялась путем возбуждения колебаний металлическим шариком в продольном направлении. Данный образец не исследовался прибором «Пульсар 2.2». Колебания стержня, подвешенного на двух нитях, возбуждались ударом шарика из закаленной стали по одному из торцов стержня (рисунок 5.14, б). Регистрация колебаний осуществлялась с помощью установленного вблизи торца стержня лабораторного микрофона BSWA.

Теоретический расчет модуля упругости пятого образца осуществлялся с помощью формулы смеси Фойгта (модуль упругости вдоль направления слоев $E_{mix.V.}$):

$$E_{mix.V.} = E_0 \cdot V_0 + E_1 \cdot V_1 \quad (5.1)$$

а)



б)

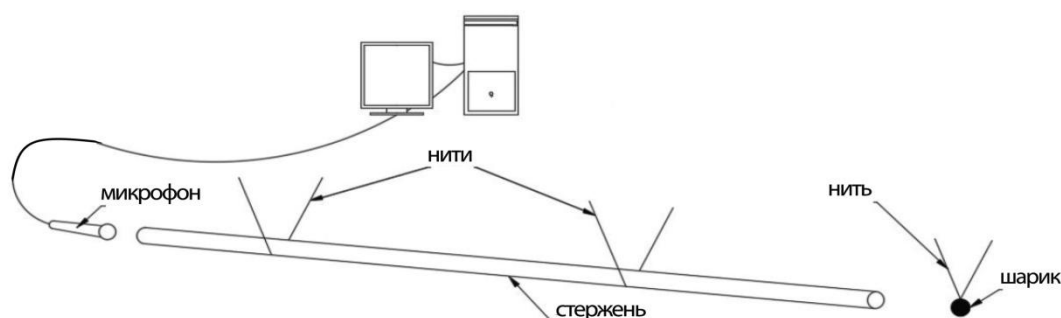


Рисунок 5.14 – Схемы экспериментального оборудования. а) Ультразвуковой прибор ПУЛЬСАР; б) Установка для измерения резонансных частот стержня, один конец которого подвергается удару шарика [96]

5.4 Результаты физического эксперимента

Сигнал от микрофона передавался в программу ZETLAB. В ходе анализа резонансных частот использовался ГОСТ Р 56801— 2015 [97]. Данные, полученные с применением прибора Пульсар 2.2. были частично опубликованы в [98], а также была создана база данных [Приложение Г]. В результате сопоставления данных, полученных по двум методикам (рисунок 5.14), было установлено, что разница между результатами измерения лежит в пределах 2 %. Все данные занесены в таблицу 5.4. Модуль упругости пятого образца (рисунок 5.13), вычисленный по формуле смеси Фойгта (5.1) оказался достаточно близким к экспериментальному, но для более детального анализа требуется провести дополнительные подтверждающие экспериментальные исследования, в том числе и в процессе отверждения. Проводить измерения в процессе отверждения образцов методом

акустического резонанса (см. схему установки на рисунке 5.14, б) по ряду очевидных причин довольно затруднительно.

Таблица 5.4 – Результаты исследования отвержденных образцов

№ образца	Zetlab		Пульсар 2.2.		Формула, учитывающая контактный слой	Формула смеси	Разница между экспериментальными значениями (Zetlab и Пульсар) скоростей звука
	Скорость звука с, м/с	Модуль упругости E, МПа	Скорость звука с, м/с	Модуль упругости E, МПа	Модуль упругости E, МПа		Процентная разница, %
Образец 1	1606	3224.13	1624.807	3300	-	-	1.169
Образец 2	2599	60500.00	2569.567	59160	55560	50260	1.161
Образец 3	2683	64500.00	2677.410	63850	63940	49800	0.218
-							Разница между экспериментальным значением модуля упругости и полученным по формуле смеси, %
Образец 5	4700	60561.77	-	-	-	61771	2

Поскольку экспериментальное исследование проводилось в процессе отверждения полимерной составляющей, то стоит напомнить, что в основе адгезионных явлений лежат различные виды внутримолекулярных и межмолекулярных сил, начиная от электростатических и заканчивая силами химической природы. Достаточно подробно изучены классические межмолекулярные (ван-дер-Ваальсовы) силы [99], которые включают в себя: 1) Ориентационные силы; 2) Индукционное взаимодействие; 3) Дисперсионные силы. Дисперсионные силы, в отличие от других типов сил присутствуют всегда,

независимо от свойств молекул. Они являются значимыми для множества важных явлений, таких как адгезия; поверхностное натяжение; физическая адсорбция; смачивание; флуктуация частиц в жидкостях [100]. Также стоит отметить, что значительную роль во взаимодействии адгезива и субстрата играют водородные связи [101].

В процессе отверждения эпоксидного полимера одновременно происходит множество физико-химических реакций, что затрудняет процесс описания механических явлений. Характер протекания процессов внутри полимера очень сильно зависит от условий, в которых происходит процесс отверждения. В ходе проведения представленного в настоящей работе эксперимента происходило холодное отверждение полимера.

Измерение тепловлажностных характеристик микроклимата лабораторного помещения осуществлялось с помощью мини-логгера данных температуры и влажности testo 174 Н (таблица 5.5).

Таблица 5.5 – Технические характеристики мини-логгера testo 174 Н

Общие технические данные	
Частота измерений	1 мин - 24 ч
Рабочая температура	-20 ... +70 °C
Размеры	60 x 38 x 18,5 мм
Стандарты	2011/65/EU; 2004/108/EG
Измерение температуры (сенсор NTS)	
Диапазон измерений	-20 ... +70 °C
Погрешность	±0,5 °C (-20 ... +70 °C)
Разрешение	0,1 °C
Измерение влажности (емкостный сенсор влажности)	
Диапазон измерений	0 ... 100 % OB*
Погрешность	±3 % OB (2 ... +98 % OB) at +25 °C ±0,03 % OB/K ±1 Digit
Разрешение	0,1 % OB
*Не для конденсирующейся атмосферы (not for condensing atmosphere).	

Датчик был предварительно запрограммирован на режим измерения параметров – раз в час. График температуры и относительной влажности, при

котором происходило отверждение образцов представлен ниже (рисунок 5.15). Кривые, представленные на графике показывают, что температура колебалась в пределах от 22.3 °С до 23 °С. Минимальное значение влажности было 42.8, а максимальное 47%. Погрешность датчика указана в таблице 5.5.

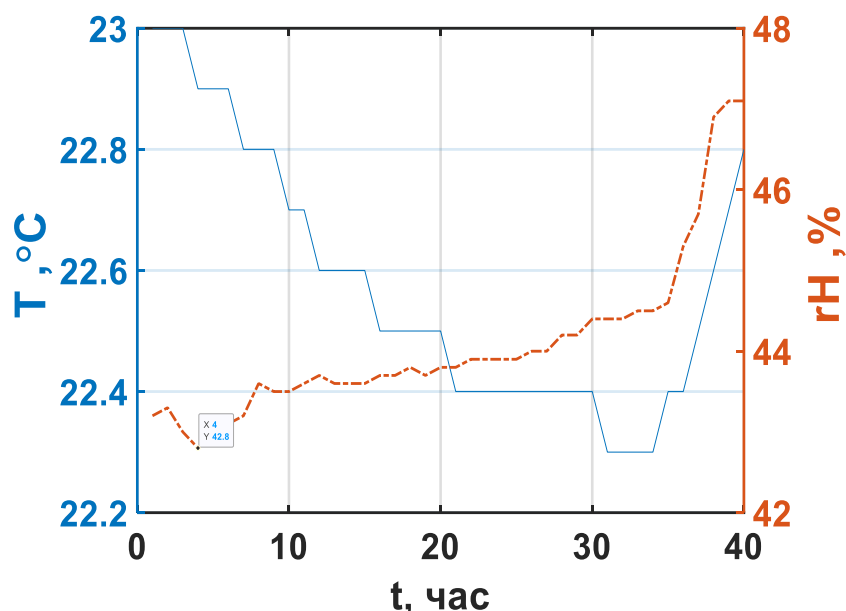
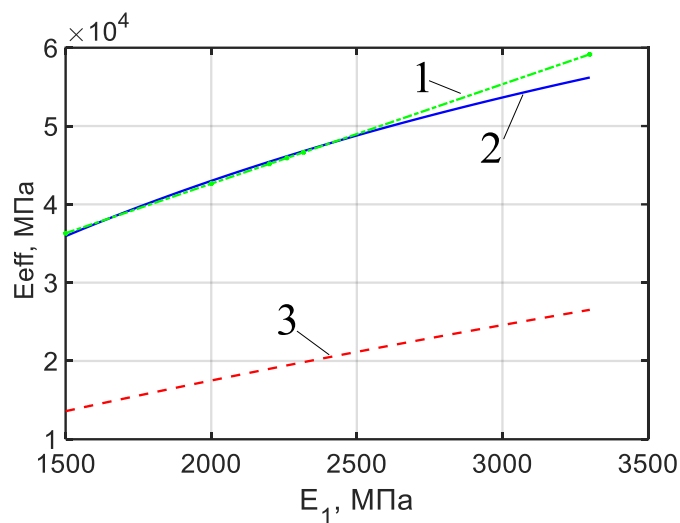


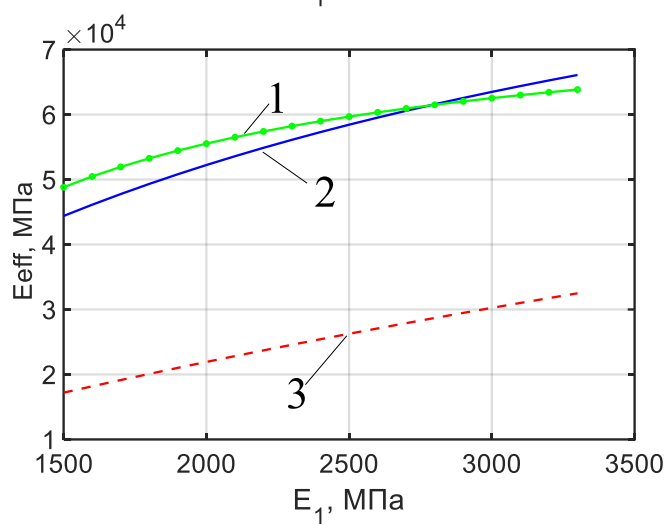
Рисунок 5.15 – График температуры и относительной влажности в зависимости от времени

На рисунке 5.16 представлены кривые зависимости модуля упругости слоистых композитных стержней от модуля упругости (модуля Юнга) полимера. Экспериментальные данные (кривая 1 на всех трех графиках) были получены путем одновременного измерения полимерного и слоистых стержней, т.е. при одинаковой глубине отверждения. Помимо экспериментальной кривой, на каждом графике (а, б, в) рисунка 5.16 представлены еще две кривые, полученные численными расчетами, в основе которых лежат математические модели. Для получения кривой 2 на рисунке 5.16, а, б, в, была применена математическая модель (3.5), позволяющая учитывать физико-механические параметры адгезионного контакта. Также на рисунке 5.16, а, б, в, представлена кривая 3, для получения которой была использована известная формула смеси Рейсса (3.1).

а)



б)



в)

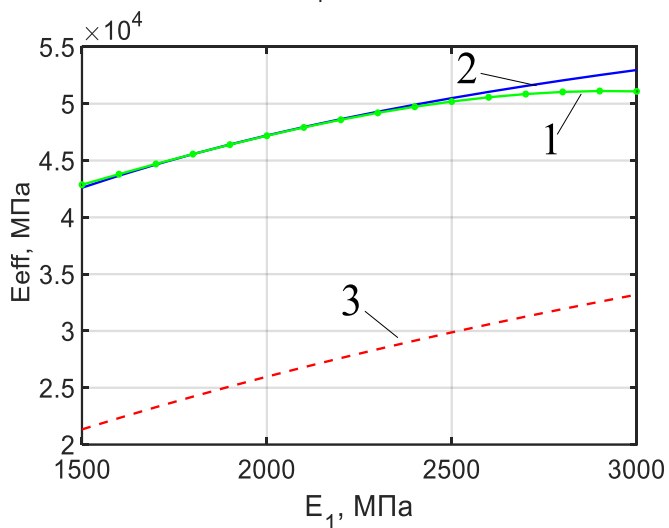


Рис. 5.16 – Кривые зависимости модуля упругости композитного стержня в зависимости от модуля упругости полимера

(а — образец 2, б — образец 3, в — образец 4). Эксперимент (1), модель, учитывающая контактный слой (2) и формула смеси (3). Использованы данные таблицы 5.2

На рисунке 5.16, *а* изображены кривые, которые отражают модуль упругости (модуль Юнга) слоистого образца 2, в зависимости от модуля упругости полимера. Модуль упругости всех рассматриваемых композиционных образцов в процессе отверждения адгезионных слоев повышался. Вначале, при модуле упругости полимера равном 1500 МПа экспериментальная кривая 1 на рисунке 5.16, *а* показывает модуль упругости слоистого композита равным $3.631 \cdot 10^4$ МПа, а кривая 2, построенная по модели, учитывающей контактный слой показывает значение $3.599 \cdot 10^4$ МПа, которое менее чем на 1% меньше полученного из физического эксперимента. При использовании формулы смеси был получен более низкий модуль упругости композита, который при $E_1 = 1500$ МПа равен $1,359 \cdot 10^4$ МПа. Формула смеси дает результат, который значительно отличается от полученного в ходе физического эксперимента и не может считаться достаточно точной. Полученный результат свидетельствует о том, что формула смеси может быть эффективно использована только для расчета модуля упругости композита в первом приближении. Модель базирующаяся на теории метода контактного слоя показывает результат на всем рассматриваемом диапазоне изменения модуля упругости полимера не отличающийся от экспериментального более чем на 6%. Однако стоит отметить, что такая погрешность возникает лишь тогда, когда модуль полимера достигает наибольшего значения (3300 МПа). Можно сделать предположение, что такая погрешность возникает вследствие повышения жесткости контактного слоя, которая при расчете была принята константой. Промежуток времени от изготовления образцов до начала измерения составил 30 минут, а от начала измерения до его завершения прошло 28 часов.

На рисунке 5.16, *б* представлены кривые, которые отражают зависимость модуля упругости (модуль Юнга) слоистого образца 3, в зависимости от модуля упругости полимера. Стоит отметить, что образец 3 отличается от второго образца – 2 длиной стороны поперечного сечения. На графике видно, что кривая, построенная по формуле смеси дает уже гораздо более низкий результат, относительно эксперимента, чем тот, который был получен для 2 образца. Кривая 2 на рисунке 5.16, *б* располагается немного ниже экспериментальной кривой 1 в

диапазоне от 1500 до 2600 МПа, а далее постепенно кривые сближаются. То есть кривая, построенная по теории контактного слоя в диапазоне модуля упругости полимера от 1500 до 2600 МПа показывает модуль упругости композита немного ниже экспериментального ($\sim 10\%$), но при дальнейшем увеличении модуля полимера ниже становится экспериментальный модуль (3.5% при $E_1 = 3300$). Объемные доли полимера и латуни в образцах 2 и 3 примерно равны, поэтому целесообразно произвести более подробное сравнение экспериментальных кривых модулей упругостей для данных образцов. Проведенные эксперименты показали, что модуль упругости слоистого образца 2 с диаметром меньше, чем у образца 3. Данный факт свидетельствует о том, что от размера стороны квадратного или круглого сечения зависит синергизм, ожидаемый при изготовлении композита. Когда полимер, входящий в состав обеих стержней был сравнительно мягким ($E_1 = 1500$ МПа), модуль упругости образца 2 был равен 36310 МПа, а образца 3 на $\sim 35\%$ больше и составил 48810 МПа. Формула смеси не позволяет учесть геометрические размеры исследуемого образца, поэтому получается заметная погрешность. Также стоит отметить, что размер краевого эффекта остается практически неизменным при увеличении длины l , а доля всесторонне растянутого полимера увеличивается, в связи с чем и происходит повышение модуля упругости всего композита.

На рисунке 5.16, в представлены кривые, характеризующие модуль упругости слоистого композита из алюминия и полимера. Кривая 2 (рисунок 5.16, в), построенная согласно данным, полученным по формуле (3.5), с достаточной точностью описывает модуль упругости в зависимости от модуля адгезива, что подтверждается экспериментальной кривой 1 (рисунок 5.16, в). Но в первую очередь данный эксперимент был проведен для выявления некоторой закономерности изменения жесткости контактного слоя в зависимости от характеристик субстрата и толщины полимера. Если сравнивать полученные экспериментальным путем данные для полимерного композита из слоев латуни (рисунок 5.16, а) с данными для композита из слоев алюминия, то можно сделать предположение, что жесткость контактного слоя зависит от толщины полимера, а

также от свойств адгезива и субстрата. Но поскольку для изготовления всех приведенных выше композиционных образцов использовался один вид адгезива, то предположение о зависимости жесткости контактного слоя g_r от механических свойств полимера можно подтвердить работами других авторов [12-13]. Если при расчете модуля упругости или КЛТР слоистого композита из алюминия и полимера по формуле Турусова Р.А. принять g_r таким же как был принят для стали или латуни, то модуль будет завышен, а поскольку в рамках данной диссертационной работы был проведен эксперимент, то исходя из него можно определить жесткость g_r . Для расчета параметров образцов 2 и 3 жесткость контактного слоя была принята 25 ГПа/мм. Данное значение (25 ГПа/мм) является оптимальным для неотвержденного образца 2, а после отверждения данное значение немного ниже фактического, но несмотря на это, выбранная жесткость, являющаяся некоторым осредненным значением, дает достаточно хорошую согласованность с экспериментом. Стоит отметить, что в работе [1] для слоистого композита из стали и эпоксида жесткость была 28 ГПа/мм с учетом того, что экспериментальное исследование проводилось в то время, когда адгезив, составляющий слоистый стержень был очень мягким (максимальный $E_1=14$ МПа). Также важным является то, что толщина слоев адгезива в образце рассмотренном Р.А. Турусовым – 0.25 мм, а исследуемых в настоящей работе латунь-полимерных – 0.357 мм. После сравнения экспериментальной и теоретической кривой 1 и 2 на рис. 5.16 *а, б* можно предположить, что зависимость жесткости контактного слоя от длины стороны поперечного сечения не наблюдается, поскольку в теоретических расчетах модуля упругости 2 и 3 образцов жесткость контактного слоя была принята одинаковой $g_r = 25$ ГПа/мм. При этом сходимость экспериментальной кривой и теоретической достаточно хорошая. Но данное предположение может быть подтверждено только значительным количеством физических экспериментов. Толщина слоев в четвертом образце меньше, чем во 2 и 3 образцах, а модуль упругости латуни выше модуля алюминия примерно в 1.6 раза.

5.5 Выводы по главе

Кривые, показанные на рисунке 5.16 свидетельствуют о том, что формула, учитывающая характеристики контактного слоя, геометрические параметры и коэффициенты Пуассона имеет хорошую сходимость с экспериментальными данными, отраженными кривой (1). Формула смеси дает значительно заниженный результат, который может быть использован для расчетов в первом приближении. Жесткость контактного слоя, учитываемая в формуле (3.5), принимается в рассматриваемом диапазоне модуля упругости полимера (от 1500 до 3200 МПа) величиной постоянной, поэтому существует некоторая погрешность.

Сравнительно мягкий полимер похож на твердое тело, но ведет себя как жидкость: объем остается практически постоянным при изотермической деформации. С другой стороны, он ведет себя как газ, поскольку его модуль упругости линейно увеличивается с температурой. Такое поведение было проанализировано большим количеством ранее упомянутых исследователей. Чтобы понять всю эволюцию адгезионного контакта в слоистых композитах, необходимо глубокое знание поведения эпоксидных смол при отверждении и проведение большого количества экспериментов. Исходя из всех представленных выше данных, можно сделать заключение о том, что применяемый в настоящей работе метод контактного слоя является прецизионным и верифицированным.

ГЛАВА 6. ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ И РЕЛАКСАЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ПОЛИМЕРНЫХ И СЛОИСТЫХ СТЕРЖНЯХ

Одной из особенностей механического поведения полимерных материалов является наличие у них большой доли обратимых деформаций, не совпадающих по фазе с напряжениями, так называемых высокоэластических деформаций. Таким образом, у полимеров зависимость физико-механических характеристик от скорости деформации, температуры и длительности воздействия нагрузок гораздо больше, чем у металлов. Также стоит выделить большую вероятность возникновения «холодной» ползучести и значительную роль релаксационных процессов.

6.1 Нелинейное моделирование температурных напряжений в эпоксидных полимерах и слоистых композитах на их основе

Суммарная натуральная деформация представляет собой сумму четырех слагаемых, которая может быть записана в следующем виде:

$$\varepsilon_i = e_i + \varepsilon_i^0 + \varepsilon_i^* + \alpha \cdot (T - T_0) \cdot \delta_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, 6), \quad (6.1)$$

где e_i – упругая деформация; ε_i^* – высокоэластическая деформация; ε_i^0 – остаточная деформация; $\alpha(T - T_0)\delta_i$ – температурные удлинения, α – коэффициент линейного теплового расширения; T – температура

При решении большинства изотермических задач, в которых исследуется поведение линейных и сетчатых полимеров достаточно учитывать только упругую и высокоэластическую деформации, т.е.

$$\varepsilon_i = e_i + \varepsilon_i^* \quad (i = 1, 2, 3, \dots, 6) \quad (6.2)$$

В силу наличия спектра времен релаксации высокоэластическая деформация может быть представлена в виде суммы отдельных составляющих

$$\varepsilon^* = \sum_s^n \varepsilon_s^*, \quad (s=1,2,3...) \quad (6.3)$$

где индексом s отмечены номера членов спектра, а n – номер младшего.

В качестве уравнения связи между напряжениями и деформациями используется обобщенное нелинейное уравнение Максвелла, полученное Григорием Ильичем Гуревичем. Для получения указанной модели Максвелла-Гуревича была задействована физическая теория, в основе которой лежат законы молекулярной природы деформации полимерных и иных материалов. Вязкоупругое поведение жестких полимеров описываются обобщенным нелинейным уравнением Максвелла-Гуревича в работах [1], [11], [32], [41]. Для каждой составляющей высокоэластической деформации указанное уравнение Г. И. Гуревича в трехмерном случае будет иметь следующий вид:

$$\frac{\partial(\varepsilon_{ij}^*)_s}{\partial t} = \left[\frac{3}{2}(\sigma_{ij} - \sigma_{sr}\delta_{ij}) - E_{\infty s}(\varepsilon_{ij}^*)_s \right] \cdot \frac{1}{\eta_s^*}, \quad i, j = x, y, z \quad (6.4)$$

где η_s^* – коэффициент релаксационной вязкости, инвариантный по отношению к системе координат, который может быть записан в следующей форме

$$\eta_s^* = \eta_{0s}^* \exp \left\{ -\frac{1}{m_s^*} \left[\gamma_s^* p + \left| \frac{3}{2}(\sigma_{gg} - p) - E_{\infty s}(\varepsilon_{gg}^*)_s \right|_{\max} \right] \right\}, \quad (6.5)$$

где σ_{gg} и ε_{gg}^* — напряжения и высокоэластические деформации в главных направлениях; γ_s^* — объемный коэффициент, характеризующий влияние гидростатического давления p на скорость релаксационного процесса; δ_{ij} — символ Кронекера; E_{∞} — модуль высокоэластической деформации; m_s^* — модуль скорости, отражающий влияние скорости деформации на напряжение при данной фиксированной деформации; η_{0s}^* — коэффициент начальной релаксационной вязкости s -й составляющей спектра высокоэластической деформации пропорциональный начальному времени релаксации, при этом $E_{\infty 1} > E_{\infty 2} > E_{\infty 3} > \dots$, $\eta_{01}^* < \eta_{02}^* < \eta_{03}^* < \dots$,

$$3p = \sum_{g=1}^3 \sigma_{gg};$$

индексом «gg» обозначены главные напряжения.

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i = k, \\ 0, & \text{если } i \neq k. \end{cases}$$

Развернутые выражения коэффициентов в (6.5):

$$\eta_{0s}^* = 3G \left(1 + \frac{G_\infty}{G} \right) T_0^* \exp \left(\frac{\xi_0^*}{kT} \right)_p; \quad (6.6)$$

$$m_p^* = \frac{kT}{\beta_s^*}. \quad (6.7)$$

Здесь G и G_∞ сдвиговые модули упругости и высокоэластичности, T – температура, k – постоянная Больцмана, T_{0s}^* , ξ_{0s}^* , β_s^* – структурные постоянные материала. Время релаксации T_s^* и коэффициент релаксационной вязкости η_s^* связаны соотношением:

$$\eta_s^* = 3G \left(1 + \frac{G_{\infty s}}{G} \right) T_s^* \quad (6.8)$$

Применение представленной выше нелинейной теории возможно лишь при условии существования значений постоянных уравнений связи (обобщенного нелинейного уравнения Максвелла-Гуревича) – E , $E_{\infty s}$, m_s^* , $\eta_{0s}^* \gamma_s^*$, которые являются функциями температуры. Релаксационные константы $E_{\infty s}$, m_s^* , η_{0s}^* , входящие в обобщенное уравнение Максвелла зависят от температуры, но в настоящее время нет достаточных возможностей установить теоретически строго данную зависимость. Также стоит отметить, что константы $E_{\infty s}$, η_{0s}^* могут значительно отличаться для различных составляющих спектра. В связи с этим изменение их с температурой устанавливается из экспериментов по изотермическому одноосному растяжению, сжатию или чистому сдвигу при различных температурах. Для определения этих констант из режимов ползучести, релаксации деформаций и деформированию с постоянной скоростью разработана специальная рациональная методика А.Л. Рабиновича [11].

На основании ряда физических экспериментов было установлено, что при решении значительного количества задач механики полимерной среды вполне

достаточно учитывать лишь две составляющие высокоэластической деформации – «старшую» ε_1^* и «младшую» ε_2^* . «Старшей» считается та составляющая, у которой наибольший модуль высокоэластичности E_∞ (т.е. $E_{\infty 1} > E_{\infty 2}$) и наименьший коэффициент начальной релаксационной вязкости η_0^* (т.е. $\eta_{01}^* < \eta_{02}^*$).

В работе А.Л. Рабиновича [11] с помощью аналитических рассуждений и натурных экспериментов показано, что $m_1^* \approx m_2^*$. Важно отметить, что в результате анализа и сопоставления экспериментальных данных с данными, полученными из теории, было выявлено, что в различных режимах нагружения, на разных временных этапах преобладает та или иная из составляющих спектра высокоэластической деформации. Этот факт дает возможность в ряде случаев использовать решение для одного члена спектра, но с подстановкой соответствующих констант.

Полная деформация стержня, испытывающего температурные напряжения, записывается следующим образом

$$\varepsilon_x = e_x + \sum_s \varepsilon_{xs}^* + \alpha \cdot \Delta T, \quad (6.9)$$

где $e_x = \frac{\sigma}{E}$ – упругая составляющая деформации, $\Delta T = T - T_0$, T – текущая и T_0 – начальная температуры.

В общем случае $T = T(x, t)$.

Уравнение равновесия и формула Коши:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = 0; \quad \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (6.10)$$

Таким образом, выражения (6.4), (6.9) и (6.10) составляют полную систему уравнений для вычисления четырех неизвестных – $\sigma_x, \varepsilon_x, \varepsilon_{xs}^*, u$, описывающих напряженно-деформированное состояние полимерного стержня.

6.2 Слоистая структура квадратного сечения. Основные уравнения

Закон Гука

$$e_{zk} = \frac{1}{E_k} \left[\sigma_{zk} - \mu_k (\sigma_{xk} + \sigma_{yk}) \right] = \frac{1}{E_k} \left[q - \mu_k \cdot \frac{2N_k}{h_k} \right], \quad (6.11)$$

стороны x и y тождественны

$$e_{xk} = \frac{1}{E_k} \left[\sigma_{xk} - \mu_k (\sigma_{zk} + \sigma_{yk}) \right] = \frac{1}{E_k} \left[\sigma_{yk} - \mu_k (\sigma_{zk} + \sigma_{xk}) \right] = e_{yk}, \quad (6.12)$$

$$N_k = \sigma_{xk} \cdot h_k = \sigma_{yk} \cdot h_k = N_k = N_{ky}.$$

Соотношения Коши:

$$\begin{aligned} e_{xk} + \varepsilon_{t,k} + \varepsilon_{x,k}^* &= \frac{\partial u_k}{\partial x}; \\ e_{yk} + \varepsilon_{t,k} + \varepsilon_{y,k}^* &= \frac{\partial v_k}{\partial y}; \\ e_{zk} + \varepsilon_{t,k} + \varepsilon_{z,k}^* &= \frac{\partial w_k}{\partial z}. \end{aligned} \quad (6.13)$$

Постоянство объема при высокоэластической деформации:

$$\varepsilon_{x,k}^* + \varepsilon_{y,k}^* + \varepsilon_{z,k}^* = 0. \quad (6.14)$$

Уравнение связи для высокоэластической деформации:

$$\frac{\partial \varepsilon_{x,k}^*}{\partial t} = \frac{f_{i,k}^*}{\eta_k^*}. \quad (i = x, y, z) \quad (6.15)$$

Данная задача решается с применением метода контактного слоя, теория которого предполагает, что взаимодействие между слоями субстрата и адгезива осуществляется посредством ортотропного контактного слоя (рисунок 2.1). Сдвиговыми деформациями в тонком полимерном слое пренебрегаем, поскольку сдвиг берет на себя контактный слой.

Влиянием объемных деформаций ε^* на скорость деформации $\frac{\partial \varepsilon^*}{\partial t}$ тоже пренебрегаем, т. е. полагаем в (6.5) $\gamma_s^* = 0$.

Таким образом, для полимерного слоя уравнение принимает следующий вид:

$$\frac{\partial \varepsilon_{x,ks}^*}{\partial t} = \frac{f_{x,ks}^*}{\eta_{k,s}^*} = \frac{\left[\frac{3}{2}(\sigma_{x,k} - \sigma_{sr} \delta_x) - E_{\sigma s}(\varepsilon_x^*)_{ks} \right]}{\eta_s^*}, \quad (6.16)$$

Выражение $\left| \frac{f_{gg,ks}^*}{m_s^*} \right|_{\max}$ означает, что для s-ой составляющей спектра в показатель

экспоненты (6.5) из трех функций $f_{i,s}$ ($i = x, y, z$) следует подставлять ту из трех, которая имеет максимальное по модулю значение в каждой точке и в каждый момент времени

Из (6.14) следует:

$$|f_{z,s}^*| = |f_{x,s}^* + f_{y,s}^*| \quad (6.17)$$

Начальные условия для данной задачи однородные:

$$\varepsilon_{i,s}^* = 0; \quad \sigma_{is} = 0. \quad (i = x, y, z) \quad (6.18)$$

6.2.1 Исследование температурных напряжений в слоистом стержне.

Постановка задачи. Вывод разрешающих уравнений

Объектом исследования является слоистый стержень из n слоев стали, чередующихся с $n-1$ слоем полимера (рисунок 6.1).

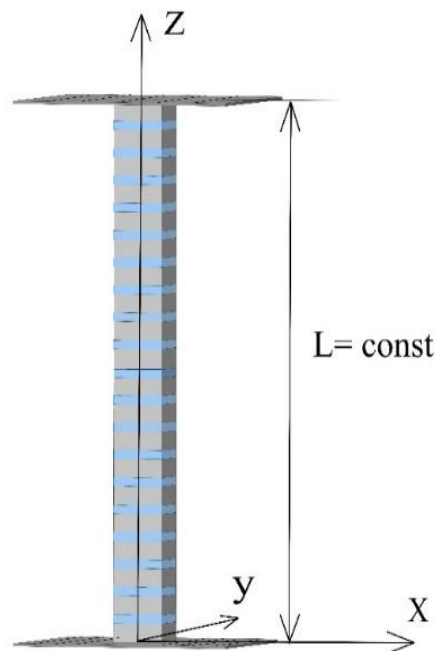


Рисунок 6.1 – Слоистый стержень с жестко закрепленными краями

Стержень нагревается однородно (по длине и толщине) с некоторой скоростью ω так, что в любой момент времени его температура:

$$T = T_0 + \omega t \quad (6.19)$$

где t — время; T_0 — начальная температура; ω — скорость изменения температуры.

Слоистый стержень зажат с двух концов двумя жесткими стенками, которые ограничивают какие-либо продольные перемещения и деформации. Длина стержня в процессе нагревания не изменяется, то есть $L = \text{const}$.

Граничные условия для всего стержня записываются в следующем виде

$$\begin{aligned} z = 0 : w = 0. \\ z = L : w = 0. \end{aligned} \quad (6.20)$$

По осям x и y :
сечение стержня квадратное со стороной « l ».

$$\begin{aligned} x = \pm \frac{l}{2} : \sigma_{x,k} = 0; \\ x = \pm \frac{l}{2} : \sigma_{y,k} = 0. \end{aligned} \quad (6.21)$$

Направления x и y идентичны, поэтому рассматриваем только одно направление x .

6.2.1.1 Контактный слой

В пределах контактного слоя « k » перемещения u являются линейной функцией координаты z :

$$u_k = a_k + b_k \cdot z \quad (k = 0, 1, \dots, n) \quad (6.22)$$

Так как изгиб исключен, то в контактном слое осевое перемещение $w = w(z)$ не зависит от x и y .

Тогда сдвиговые деформации в контактном слое k :

$$e_{xz,k} = \frac{\partial u_k}{\partial z} + \frac{\partial w_k}{\partial z} = \frac{\partial u_k}{\partial z} = b_k \quad (6.23)$$

В силу непрерывности перемещений u и v на границе слоев для (6.23) получаем в контактном слое:

$$e_{xz,k} = b_k = \frac{(u_k - u_{k-1})}{h_k^*}; \quad e_{yz,k} = b_k = \frac{(v_k - v_{k-1})}{h_k^*} \quad (6.24)$$

В (6.24) $u_k, u_{k-1}, v_k, v_{k-1}$ перемещения общих поверхностей адгезива и субстрата.

Условие равновесия любого слоя k (адгезива или субстрата):

$$\tau_k - \tau_{k+1} = \frac{\partial N_k}{\partial x} \quad (k = 0, 1, \dots, n) \quad (6.25)$$

Для деформаций в контактном слое:

$$e_{xz,k}^x = \frac{\tau_k}{G_k^*} = \frac{\partial u_k}{\partial z} = b_k = \frac{(u_k - u_{k-1})}{h_k^*} \quad (6.26)$$

Далее дифференцируем (6.26) по x и используем соотношения (6.11) - (6.13)

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_{xz,k}^*}{\partial x} &= \frac{1}{G^*} \frac{\partial \tau_k}{\partial x} = \frac{1}{h_k^*} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x} - \frac{\partial u_{k-1}}{\partial x} \right) = \\ &= \frac{1}{h_k^*} \left[(e_{xk} + \varepsilon_{t,k} + \varepsilon_{t,k}^*) - (e_{x,k-1} + \varepsilon_{t,k-1} + \varepsilon_{x,k-1}^*) \right] = \\ &= \frac{1}{h_k^*} \left\{ \frac{1}{E_k} \left[(1 - \mu_k) \frac{N_k}{h_k} - \mu_{k-1} q_k \right] - \frac{1}{E_k} \left[(1 - \mu_{k-1}) \frac{N_{k-1}}{h_{k-1}} - \mu_{k-1} q_k \right] + \right. \\ &\quad \left. + (\varepsilon_{t,k} - \varepsilon_{t,k-1}) + \varepsilon_{x,k}^* - \varepsilon_{x,k-1}^* \right\} \end{aligned}$$

$e_{xz,k}^*$ – сдвиговые упругие деформации в контактном слое.

Далее получаем:

$$\frac{\partial \tau_k}{\partial x} = \frac{G^*}{h^*} \left[\frac{1 - \mu_k}{E_k h_k} N_k - \frac{1 - \mu_{k-1}}{E_{k-1} h_{k-1}} N_{k-1} + \left(\frac{\mu_{k-1}}{E_{k-1}} - \frac{\mu_k}{E_k} \right) q_k + (\varepsilon_{t,k} - \varepsilon_{t,k-1}) + (\varepsilon_{x,k}^* - \varepsilon_{x,k-1}^*) \right]; \quad (6.27)$$

$$k = 0, 1, \dots, n$$

Продифференцируем (6.25) и подставим в (6.27).

В силу равенства $N_{kx} = N_{ky} = N_k$ при одинаковых x и y , а также в силу симметрии далее ограничиваемся решением для оси x и обыкновенными производными

$$\frac{\partial \tau_k}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{k+1}}{\partial x} = \frac{\partial^2 N_k}{\partial x^2}; \quad (k=0, 1, 2, \dots, n) \quad (6.28)$$

$\frac{\partial \tau_k}{\partial x}$ и $\frac{\partial \tau_{k+1}}{\partial x}$ выводим из (6.27) и получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 N_k}{\partial x^2} = & \frac{G_k^*}{h_k^*} \left[\frac{1-\mu_k}{E_k h_k} N_k - \frac{1-\mu_{k-1}}{E_{k-1} h_{k-1}} N_{k-1} + \left(\frac{\mu_{k-1}}{E_{k-1}} - \frac{\mu_k}{E_k} \right) q_k + (\varepsilon_{t,k} - \varepsilon_{t,k-1}) + (\varepsilon_{x,k}^* - \varepsilon_{x,k-1}^*) \right] - \\ & - \frac{G_{k+1}^*}{h_{k+1}^*} \left[\frac{1-\mu_{k+1}}{E_{k+1} h_{k+1}} N_{k+1} - \frac{1-\mu_k}{E_k h_k} N_k + \left(\frac{\mu_k}{E_k} - \frac{\mu_{k+1}}{E_{k+1}} \right) q_{k+1} + (\varepsilon_{t,k+1} - \varepsilon_{t,k}) + (\varepsilon_{x,k+1}^* - \varepsilon_{x,k}^*) \right] \end{aligned} \quad (6.29)$$

Для наружных слоев 0 и n из (6.29) получаем ($G_0^*=0$; $G_{n+1}^*=0$):

$$\frac{\partial^2 N_0}{\partial x^2} = -\frac{G_1^*}{h_1^*} \left[\frac{1-\mu_1}{E_1 h_1} N_1 - \frac{1-\mu_0}{E_0 h_0} N_0 + \left(\frac{\mu_0}{E_0} - \frac{\mu_1}{E_1} \right) q_1 + (\varepsilon_{t,1} - \varepsilon_{t,0}) + (\varepsilon_{x,0}^* - \varepsilon_{x,1}^*) \right] \quad (6.30)$$

$$\frac{\partial^2 N_n}{\partial x^2} = -\frac{G_n^*}{h_n^*} \left[\frac{1-\mu_n}{E_n h_n} N_n - \frac{1-\mu_{n-1}}{E_{n-1} h_{n-1}} N_{n-1} + \left(\frac{\mu_{n-1}}{E_{n-1}} - \frac{\mu_n}{E_n} \right) q_n + (\varepsilon_{t,n} - \varepsilon_{t,n-1}) + (\varepsilon_{x,n}^* - \varepsilon_{x,n-1}^*) \right] \quad (6.31)$$

Рассмотрим трехслойную модель всего рассматриваемого слоистого стержня. Слои 0 и 2 одинаковы при изменении температуры возникают напряжения $\sigma_z = q$. Из симметрии модели имеем:

$$E_0 = E_2; \quad h_0 = h_2; \quad \mu_0 = \mu_2; \quad \alpha_0 = \alpha_1; \quad \varepsilon_{0s}^* = \varepsilon_{0s}^* = 0 \quad (6.32)$$

$$h_0^* = h_2^* = h^*; \quad N_0 = N_2 = -\frac{N_1}{2} \quad (6.33)$$

Условие равновесия всей модели:

$$N_0 + N_1 + N_2 = 0; \quad \tau_1 - \tau_2 = \frac{\partial N_1}{\partial x}; \quad \tau_0 - \tau_1 = \frac{\partial N_0}{\partial x}; \quad \tau_0 = 0 \quad (6.34)$$

Из (6.29) – (6.31) получаем:

$$\frac{\partial^2 N_1}{\partial x^2} = \frac{2G^*}{h^*} \left[\frac{1-\mu_1}{E_1 h_1} N_1 - \frac{1-\mu_0}{E_0 h_0} N_0 + \left(\frac{\mu_0}{E_0} - \frac{\mu_1}{E_1} \right) q_1 + \varepsilon_{t,1} - \varepsilon_{t,0} + \varepsilon_{x,1}^* \right] \quad (6.35)$$

Важно напомнить, что $N_0 = -\frac{N_1}{2}$, подставляем в (6.35) и получаем уравнение

для N_1 с неизвестным $q = \sigma_z$:

$$\frac{\partial^2 N_1}{\partial x^2} = \frac{2G^*}{h^*} \left[\left(\frac{1-\mu_1}{E_1 h_1} + \frac{1-\mu_0}{2E_0 h_0} \right) N_1 + \left(\frac{\mu_0}{E_0} - \frac{\mu_1}{E_1} \right) q_1 + \varepsilon_{t,1} - \varepsilon_{t,0} + \varepsilon_{x,1}^* \right] \quad (6.36)$$

Запишем деформацию ε_t полимера:

$$\varepsilon_{z1} = \frac{1}{E_1} \left[\sigma_{z1} - \mu_1 (\sigma_{x1} + \sigma_{y1}) \right] + \varepsilon_{t,1} + \varepsilon_{z,1}^* \quad (6.37)$$

$$\sigma_{x1} = \sigma_{y1} = \frac{N_1}{h_1}$$

Деформация $\varepsilon_{z,0}$ слоев субстрата

$$\varepsilon_{z0} = \frac{1}{E_0} \left[\sigma_{z0} - \mu_0 (\sigma_{x0} + \sigma_{y0}) \right] + \varepsilon_{t,0} \quad (6.38)$$

Для температурных напряжений имеем:

$$\varepsilon_{z0} \cdot 2h_0 + \varepsilon_{z1} \cdot h_1 = 0 \quad (6.39)$$

$$\sigma_{x0} = \sigma_{y0} = \frac{N_0}{h_0} = -\frac{N_1}{2h_0} \quad (6.40)$$

В силу непрерывности вектора напряжений на границах $z = \pm \frac{h_1}{2} + h^*$ имеем

$$\sigma_{z1} = \sigma_{z0} \quad q_k = \dots = q \quad (6.41)$$

а для

$$\sigma_{x0} = \sigma_{y0} = \frac{N_0}{h_0} = -\frac{N_1}{2h_0} \quad (6.42)$$

Записываем деформацию ε_{z0} и ε_{z1} через N_1 из (6.42), учитывая, что $\sigma_z = q_1$

$$\varepsilon_{z1} = \frac{1}{E_1} \left[q - \mu_1 \left(\frac{N_1}{h_1} + \frac{N_1}{h_1} \right) \right] + \varepsilon_{t,1} + \varepsilon_{z,1}^* = \frac{1}{E_1} \left[q - \mu_1 \cdot 2 \frac{N_1}{h_1} \right] + \varepsilon_{t,1} + \varepsilon_{z,1}^* \quad (6.43)$$

$$\varepsilon_{z,0} = \frac{1}{E_0} \left[q_1 + \mu_0 \cdot 2 \frac{N_1}{h_0} \right] + \varepsilon_{t,0} \quad (6.44)$$

Подставляем (6.43) и (6.44) в (6.39)

$$2h_0 \varepsilon_{z,0} + \varepsilon_{z,1} h_1 = \frac{2h_0}{E_0} \left(q + \mu_0 \frac{N_1}{h_0} \right) + 2h_0 \varepsilon_{t,0} + \frac{h_1}{E_1} \left(q - 2\mu_1 \frac{N_1}{h_1} \right) + \varepsilon_{t,1} \cdot h_1 + \varepsilon_{z,1}^* \cdot h_1 = 0 \quad (6.45)$$

Далее выражаем q через N_1

$$\left(\frac{2h_0}{E_0} + \frac{h_1}{E_1} \right) q + \left(\frac{2\mu_0 h_0}{h_0 E_0} - \frac{2\mu_1 h_1}{E_1 h_1} \right) N_1 + 2h_0 \varepsilon_{t,0} + (\varepsilon_{t,1} + \varepsilon_{z,1}^*) h_1 = 0$$

получаем:

$$q = A_1 N_1 + A_{t,0} \cdot \varepsilon_{t,0} + A_{t,1} \cdot \varepsilon_{t,1} + A^* \varepsilon_{z1}^* \quad (6.46)$$

где введены следующие обозначения:

$$A_1 = -\frac{\left(\frac{2\mu_0}{E_0} - \frac{2\mu_1}{E_1}\right)}{\left(\frac{2h_0}{E_0} + \frac{h_1}{E_1}\right)} = \frac{2\mu_1 E_0 - 2\mu_0 E_1}{h_1 E_0 + 2h_0 E_1}; \quad A_{t,0} = -\frac{2h_0}{\left(\frac{2h_0}{E_0} + \frac{h_1}{E_1}\right)} = -\frac{2h_0 E_0 E_1}{E_0 h_1 + 2E_1 h_0};$$

$$A_{t,1} = -\frac{h_1}{\left(\frac{2h_0}{E_0} + \frac{h_1}{E_1}\right)} = -\frac{E_0 E_1 h_1}{E_0 h_1 + 2E_1 h_0}; \quad A^* = -\frac{h_1}{\left(\frac{2h_0}{E_0} + \frac{h_1}{E_1}\right)} = -\frac{2E_0 E_1 h_1}{E_0 h_1 + 2E_1 h_0}.$$

Далее следует подстановка (6.46) вместо q в уравнение (6.36). Тогда появляется вторая составляющая высокоэластической деформации, т.е. ε_{z1}^* наряду с прежней в (6.36) составляющей ε_{x1}^* . Теперь обратимся к следующим возможностям для упрощения, прежде всего к соотношению для высокоэластических деформации (6.14) и далее к идентичности направлений Ох и Оу, т.е.

$$\varepsilon_{x1}^* = \varepsilon_{y1}^* \quad (6.47)$$

подставим в (6.14), получим:

$$\varepsilon_{zk}^* = -2\varepsilon_{x1}^* \quad (6.48)$$

Теперь деформацию ε_{z1}^* в (6.47) можно заменить на $-2\varepsilon_{x1}^*$ из (6.49). После этого подставив результат в уравнение (27) получаем:

$$\frac{\partial^2 N_1}{dx^2} = \frac{2d^*}{h^*} \left\{ \left(\frac{1-\mu_1}{E_1 h_1} + \frac{1-\mu_0}{2E_0 h_0} \right) N_1 + \left(\frac{\mu_0}{E_0} - \frac{\mu_1}{E_1} \right) \cdot [A_1 N_1 + A_{t,0} \cdot \varepsilon_{t,0} + A_{t,1} \cdot \varepsilon_{t,1} + A^* (-2\varepsilon_{x1}^*)] + \right. \\ \left. + \varepsilon_{t,1} - \varepsilon_{t,0} + \varepsilon_{x,1}^* \right\} \quad (6.49)$$

т.е. теперь остается только одна составляющая высокоэластической деформации ε_{x1}^* .

Поскольку задача свелась к одномерной, зависящей от x и t (координаты и времени), то для высокоэластической деформации ε_{x1}^* из уравнения (6.16), с учетом (6.5), получаем с хорошей точностью следующее уравнение:

$$\frac{\partial \varepsilon_{x1}^*}{\partial t} = \frac{\sigma_{x,1} - E_{\infty} \cdot \varepsilon_{x1}^*}{\eta_0^*} \exp \left| \frac{\sigma_{x1} - E_{\infty} \cdot \varepsilon_{x1}^*}{m_0^*} \right| \quad (6.50)$$

Учитывая, что

$$N_1(x, t) = h_1 \cdot \sigma_{x,1}(x, t).$$

Если в каждый момент времени t_i известны правая часть уравнения (6.49), то распределение функции $N_1(x, t)$ из (6.49) находится численным методом. Все начальные условия для искомых функций однородные, т.е. нулевые.

$$\text{При } t=0: \quad N_1 = h_1 \sigma_{x1} = 0; \quad \varepsilon_{x1}^* = 0; \quad T = T_0. \quad \text{При всех } x. \quad (6.51)$$

Шаг по x выбираем Δ , а шаг по времени δ . Процесс начинается с того, что температура стержня изменяется на δt , т.е. становится по (6.19) равной $T = T_0 + \omega \delta t$. В уравнении (6.49) справа появляются первые слагаемые, но если $\varepsilon_{x1}^* = 0$. Теперь методом Рунге-Кутты 4 порядка можно решить уравнение (6.49) с известной правой частью.

Граничные условия для $N_1\left(\pm \frac{l}{2}\right)$, равны нулю.

В результате находится распределение $\sigma_{x,1}(x, \delta t)$. Подставляя эти выражения в уравнение (6.50) (Напомним, что $\varepsilon_{x,1}^*(\delta t) = 0$) методом итераций

$$\varepsilon_{x,1}^*(2\delta t) = (0) + \frac{\partial(\varepsilon_{x,1}^*(\delta t))}{\partial t} \delta t \quad (6.52)$$

Находим всю правую часть уравнения (6.49). Зная правую часть уравнения (6.49) для всех точек $-\frac{l}{2} \leq x \leq \frac{l}{2}$ в момент $2\delta t$ определяем $N_1(x, 2\delta t) = \sigma_{x1}(x, 2\delta t)$. Затем снова используя $\varepsilon_{x,1}^*(3\delta t)$, подставляем ее в (6.49), и получаем $\sigma_{x1}(x, 3\delta t)$.

Для решения приведенной системы уравнений была написана программа на языке Matlab [Приложение Д]. В программе расчет производится с помощью численного метода Рунге-Кутты 4-го порядка. Данная программа может использоваться для проведения численных экспериментов на предприятиях,

деятельность которых связана с разработкой и применением инновационных материалов.

6.3 Расчет и анализ температурных напряжений в слоистом сталь-полимерном стержне

Для вычисления модуля упругости полимера ЭДТ-10 в зависимости от температуры существуют следующие функции: линейная (3.8) и экспоненциальная (6.53). Линейная функция (3.8) по сравнению с экспоненциальной (6.53) более упрощенная.

$$E_1 = 4000 \exp(-\exp((T - 339) / (36.7))) \quad (6.53)$$

Модуль высокоэластической деформации 1-ой составляющей спектра высокоэластической деформации, $E_{1\infty}$ определялся следующим образом:

$$E_{1,\infty} = \frac{2,4 \cdot 10^6}{T} - 6120, \text{ МПа} \quad (6.54)$$

Коэффициент начальной релаксационной вязкости 1-ой составляющей спектра высокоэластической деформации, η_1^* вычислялся с помощью формулы:

$$\eta_1^* = 36000 \exp\left(\frac{9500}{T} - 21\right), \text{ МПа} \cdot \text{с} \quad (6.55)$$

Для получения данных, описывающих процесс охлаждения, использовалась следующая линейная зависимость:

$$T = T_k + \omega(1 - t), \quad (6.56)$$

где T_k — конечная температура, до которой происходил процесс повышения температуры. При нагревании температура рассчитывалась в соответствии с (6.19).

На рисунке 6.2 представлены кривые, которые были получены для трех скоростей изменения температуры: $\omega=0.04$ град/мин; $\omega=0.4$ град/мин; $\omega=4$ град/мин. В таблице 6.1 приведены исходные данные для численного эксперимента. Также для расчетов применялись эмпирические зависимости (6.53)-(6.56). Для построения нескольких графиков некоторые из приведенных в таблице

6.1 параметров были изменены, но данные изменения указаны под соответствующими рисунками, представляющими тот или иной график. Расчет производился в градусах Кельвина, но для удобства восприятия графических материалов был произведен перевод в градусы Цельсия.

Таблица 6.1 – Исходные данные для расчета температурных напряжений

Наименование характеристики	Значение
Начальная температура T_0 , К	295
Конечная температура T_k , К	365.15
Скорость изменения температуры ω , градус/мин	4
Размер стороны квадратного сечения стержня l , мм	10
Коэффициент Пуассона стали, μ_0	0.33
Коэффициент Пуассона полимера, μ_1	0.4
Толщина слоя стали h_0 , мм	1.4
Толщина слоя полимера h_1 , мм	0.25
Модуль упругости стали E_0 , МПа	$2.1 \cdot 10^5$
Модуль упругости полимера (ЭДТ-10) E_1 , МПа	$-18.2 \cdot T + 8200$
Коэффициент линейного теплового расширения полимера α_1 , K^{-1}	$10^{-6}(0.46T - 58)$
Коэффициент линейного теплового расширения стали α_0 , K^{-1}	$0.11 \cdot 10^{-4}$
Модуль скорости (ЭДТ-10), m_1^* , МПа	$-0.0155T + 7.73$
Жесткость контактного слоя gr , МПа/мм	29600

Все три кривые нагревания, представленные на рисунке 6.2 демонстрируют одинаковую тенденцию, указывающую на то, что при повышении температуры до температуре 60 °С напряжения растут (по абсолютной величине), а при дальнейшем повышении температуры напряжения практически не растут, что может указывать на действие процесса релаксации, возникающего в структуре материала.

На рисунке 6.2 отчетливо видно, что при нагревании до 29 °С кривые по всем трем скоростям сливаются в одну линию. Это может означать то, что в диапазоне относительно низких температур влияние скорости нагревания не проявляется. Начиная с 30 °С влияние становится более существенным. Максимальная разница проявляется при температуре 60 °С. При приближении к конечной температуре 92 °С разница становится менее заметной, чем при 60 °С. Самые большие

температурные напряжения, возникают при скорости нагревания $\omega = 4$ град/мин., а самые низкие при более медленном режиме повышения температуры $\omega = 0.04$ град/мин. Напряжения, полученные при нагревании $\omega = 0.4$ град/мин получились меньше, чем при $\omega = 4$, но большими, чем $\omega = 0.04$ град/мин. Таким образом видна закономерность — чем выше скорость нагревания, тем напряжения больше.

Кривые охлаждения также отражают влияние скорости изменения температуры. При понижении температуры от 92 до 70 °С все три кривые охлаждения находятся близко друг к другу и не указывают на значительное влияние скорости изменения температуры. Влияние начинает проявляться после 70 °С и увеличивается до завершения процесса. Охлаждение при скорости $\omega = 0.04$ град/мин происходит более плавно и релаксационные процессы проявляются гораздо лучше, чем при более высоких скоростях, что и отражают приведенные кривые. При скорости $\omega = 4$ град/мин объект не успевает релаксировать, поэтому напряжения более высокие.

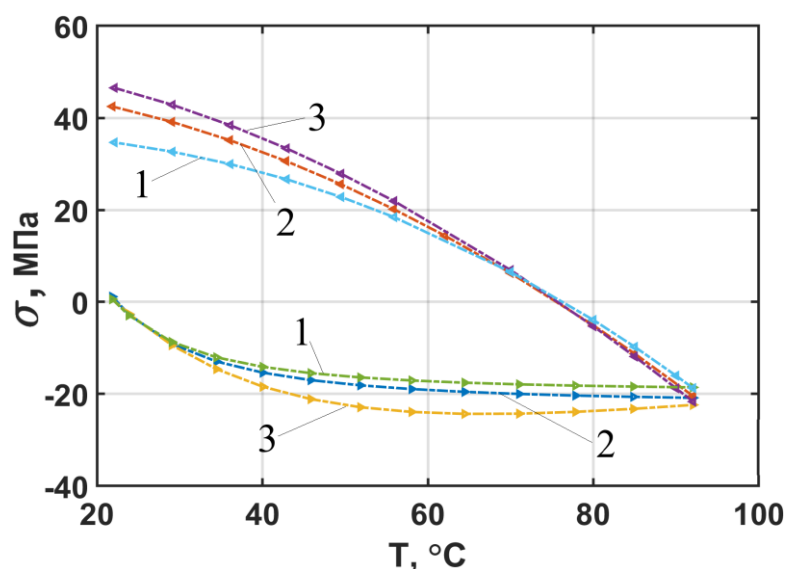


Рисунок 6.2 – График зависимости температурных напряжений в слоистом стержне при нагревании и охлаждении для трех разных скоростей изменения температуры: 1— $\omega = 0.04$ град/мин; 2— $\omega = 0.4$ град/мин; 3— $\omega = 4$ град/мин.

Стрелки на кривых указывают направление изменения температуры (нагревание— стрелка направо, охлаждение— стрелка налево). Используются данные таблицы 6.1

Для построения данного графика (рисунок 6.2) (нагрев-охлаждения) коэффициент Пуассона был выбран постоянной величиной 0.4. Толщина слоя полимера 0.25 мм. Размер стороны квадратного сечения $l=10$ мм. Известно, что у большого количества эпоксидных полимеров коэффициент Пуассона увеличивается при повышении температуры [102], [103]. Для расчета были приняты свойства эпоксидно-новолачного блоксополимера марки 6ЭИ-60. Экспериментальное исследование зависимости коэффициента Пуассона полимера 6ЭИ-60 от температуры было представлено в работах [1, 11].

Обработанный в среде Matlab график по данным исследований температурной зависимости коэффициента Пуассона представлен на рисунке 6.3. Но стоит подчеркнуть, что представленный график служит только ярким примером, дающем объективное представление о механизме изменения коэффициента Пуассона при повышении температуры. Причем важно, что приведенные на графике кривые показывают изменение μ от 0.29 до 0.5, то есть во всем возможном диапазоне, характерном для полимеров. Стоит также отметить, что весь этот процесс происходит при температуре до 100 °С. Марка полимера в данном случае роли не играет. Подобные графики получаются также и для других полимеров (например, для отечественного ПН-1 [11] или Швейцарского эпоксиды S&P [104]).

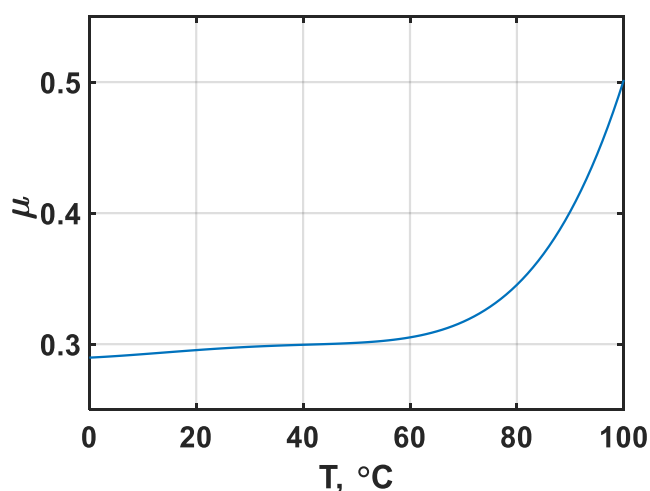


Рисунок 6.3 – График зависимости коэффициента Пуассона полимера 6ЭИ-60 от температуры

Для уточнения представленного выше графика нагревания-охлаждения слоистого стержня можно коэффициент Пуассона не принимать константой, а вычислять по эмпирической полиномиальной функции пятой степени (6.57):

$$\mu_1(T) = p_1 \cdot T^5 + p_2 \cdot T^4 + p_3 \cdot T^3 + p_4 \cdot T^2 + p_5 \cdot T + p_6 \quad (6.57)$$

где коэффициенты:

$$p_1 = 4.987e-11; p_2 = -2.247e-09; p_3 = -1.616e-07; p_4 = 7.917e-06; \\ p_5 = 0.0002036; p_6 = 0.2897.$$

С учетом эмпирически вычисленной зависимости получается график температурных напряжений, представленный на рисунке 6.4.

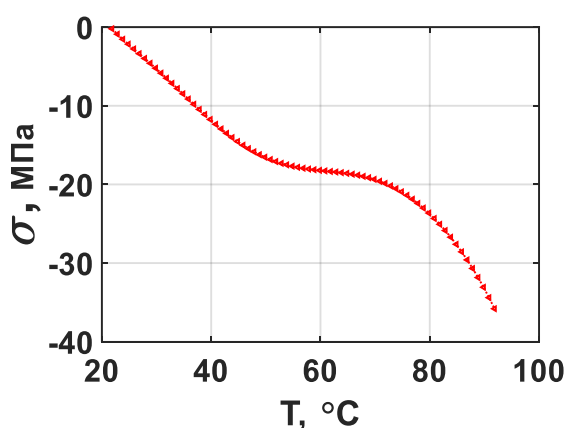


Рисунок 6.4 – Температурная зависимость напряжений в слоистом стержне (сталь + полимер) с учетом экспериментально определённой зависимости коэффициента Пуассона полимера μ_1 от температуры (6.57).

Использованы данные таблицы 6.1

Для сравнения результатов и определения влияния изменения коэффициента Пуассона $\mu_1(T)$ на температурные напряжения стоит обратить внимание на кривую нагревания, обозначенную номером 3 на рис. 6.2. При сопоставлении кривой 3 рис. 6.2 с кривой представленной на рис 6.4 заметна разница с самого начала нагревания и при 40 °C напряжения в стержне с постоянной $\mu_1=0.4$ гораздо больше и равны - 18.42 МПа, а расчет напряжений с учетом зависимости $\mu_1(T)$ дал результат -11.74 МПа. Очевидно, такая разница обусловлена тем, что коэффициент Пуассона при 40

°C, вычисленный по эмпирической формуле (6.57) равен 0.3. При более высоких температурах видно, что напряжения в слоистом стержне растут, поскольку увеличивается коэффициент Пуассона. Увеличение коэффициента Пуассона от 60 °C (рисунок 6.3) происходит стремительно, в результате чего релаксация проявляется меньше.

На рисунке 6.5 представлен график, который показывает зависимость температурных напряжений от толщины полимерных слоев. Численный эксперимент показал, что при увеличении толщины полимерных слоев, температурные напряжения снижаются. Такой эффект обусловлен снижением модуля Юнга композита. Полимер берет на себя всю деформацию. Подобное исследование проводилось авторами из КНР эмпирическим путем [106].

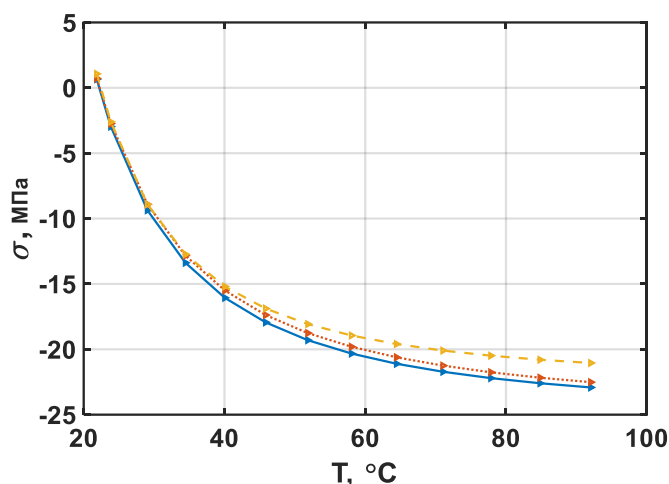


Рисунок 6.5 – Температурная зависимость напряжений в слоистом стержне (сталь + полимер) для трех толщин полимерных слоев h_1 . Сплошная кривая получена при $h_1=0.25$ мм; кривая пунктирная из точек при $h_1=0.5$ мм; штриховая кривая при $h_1=1$ мм. Скорость изменения температуры $\omega = 0.4$ град/мин;

Использованы данные таблицы 6.1

На рисунке 6.6 приводится график, который показывает зависимость температурных напряжений от коэффициента Пуассона полимера. На графике приведены три кривые, которые были получены при различных значениях коэффициента Пуассона полимера μ_1 . В результате сравнения полученных кривых было установлено, что при увеличении коэффициента Пуассона полимера

температурные напряжения в слоистом стержне увеличиваются. Данный результат можно объяснить тем, что при приближении коэффициента Пуассона к предельному значению, как известно, равному 0.5, происходит возрастание модуля объемного растяжения (сжатия). Данную зависимость учитывает теория метода контактного слоя Р.А. Турусова, которая была задействована для получения системы разрешающих уравнений.

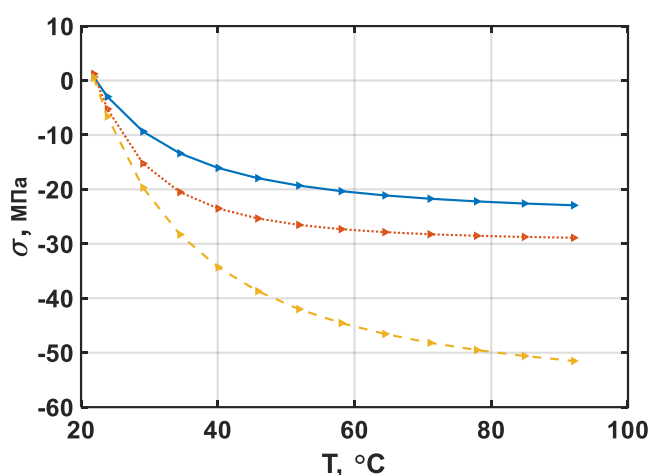


Рисунок 6.6 – Температурная зависимость напряжений в слоистом стержне (сталь + полимер) при разных коэффициентах Пуассона полимера μ_1 . Сплошная кривая получена при $\mu_1=0.4$; кривая пунктирная из точек при $\mu_1=0.45$; штриховая кривая при $\mu_1=0.48$. Скорость изменения температуры $\omega = 0.4$ град/мин; Используются данные таблицы 6.1

На рисунке 6.7 представлены кривые, которые характеризуют температурные напряжения в образцах с различной стороной поперечного сечения квадратного стержня l . По расчету максимальное значение температурного напряжения в образце со стороной сечения $l=0.1$ мм получилось -1.84 МПа при 92 °C (см. рис. 6.7. Кривая 1), а максимальные температурные напряжения при той же температуре в образце со стороной $l=10$ мм -22.91 МПа (см. рис. 6.7. Кривая 3). В образце со стороной $l=1$ мм наибольшее значение рассматриваемого напряжения — -19.74 МПа, которое получилось при температуре 70 °C (см. рис. 6.7. Кривая 2). Кривая 2 расположена ближе к кривой 3, что может свидетельствовать о том, что зависимость температурного напряжения от геометрического параметра l больше

видна при малых значениях l . После 70 °С температурные напряжения начали снижаться, что свидетельствует о перестройки молекулярной структуры. В итоге можно заметить, что температурные напряжения выше в образцах с большей стороной сечения l .

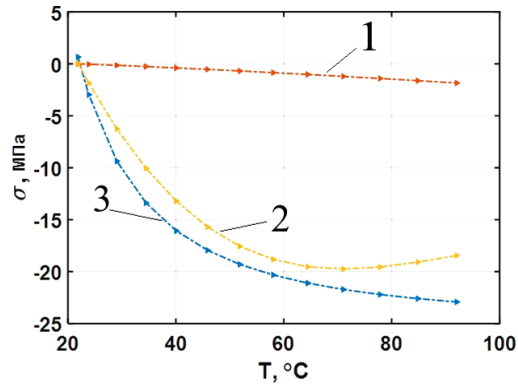


Рисунок 6.7 – Температурная зависимость напряжений в слоистом стержне (сталь + полимер) при различных размерах стороны поперечного сечения l образца.

Кривая 1 — $l=0.1$ мм; кривая 2 — $l=1$ мм; кривая 3 — $l=10$ мм. Скорость изменения температуры $\omega = 0.4$ град/мин. Использованы данные таблицы 6.1

6.4 Температурные напряжения и релаксационные явления в полимерных стержнях

На рисунке 6.8 приведены кривые зависимости температурных напряжений в полимерных стержнях. Данные физического эксперимента, использованные для построение кривой 1 были получены Р.А. Турусовым [41]. Теоретическая кривая была построена в результате рассмотрения напряженно-деформированного состояния полимерного стержня с применением релаксационного уравнения Максвелла-Гуревича (система уравнений (6.4), (6.9) и (6.10)).

Задача решалась при следующих начальных условиях:

$$\sigma_x|_{t=0} = 0; \quad \varepsilon_{x,s}^*|_{t=0} = 0; \quad T|_{t=0} = T_0. \quad (6.58)$$

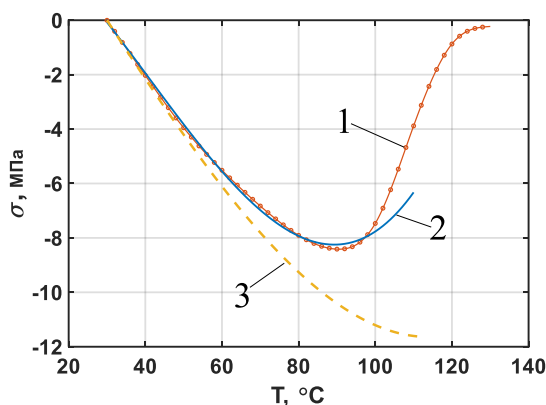
Поскольку перемещения на концах стержня отсутствуют, краевые условия (для $t \geq 0$) записываются в следующем виде:

$$u_x|_{x=0} = 0; \quad u|_{x=l} = 0. \quad (6.59)$$

При решении задачи рассматривалось однородное изменение температуры, происходящее по линейному закону (6.19).

На рисунке 6.8, а, б представлено сопоставление экспериментальной и теоретической кривых зависимости температурных напряжений в стержнях из эпоксидной смолы ЭДТ-10 и ПММА [1], [41], [105]. Температурные зависимости физических констант для ЭДТ-10 были представлены выше (6.53) – (6.55), а для ПММА даны в таблице 6.2.

а)



б)

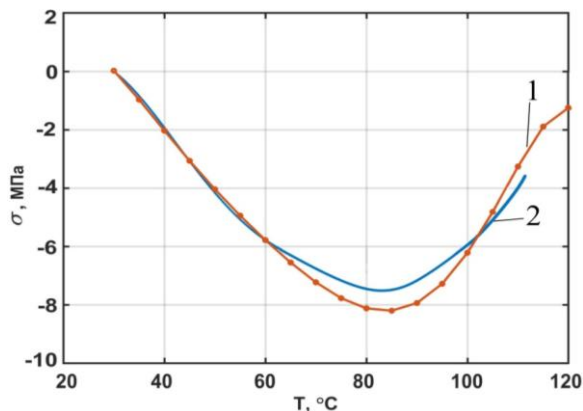


Рисунок 6.8 – График зависимости температурных напряжений от температуры в полимерном стержне: а) из ЭДТ-10; б) из ПММА. Кривая 1 – эксперимент; 2 – теоретическая; 3 – расчет по теории упругости с учетом зависимости модуля Юнга и КЛТР от температуры (3.8) и (3.9)

Таблица 6.2 – Температурные зависимости физических констант для ПММА

Модуль упругости E_1 , МПа	$-13.7 \cdot T + 6908$
Модуль скорости m_1^* , МПа	$-0.0132T + 8.323$
Коэффициент начальной релаксационной вязкости η_1^* , МПа·с	$1.224 \cdot 10^8 e^{-0.02T + 5.544}$

Кривые, изображенные на рисунке 6.8, а были получены при скорости нагрева $\omega = 4$ град/мин, а кривые на рисунке 6.8, б при $\omega = 0,4$ град/мин. Очевидно, что теоретические кривые представленные на двух приведенных графиках (рисунке 6.8, а, б) хорошо согласуются с экспериментальными. Такой результат говорит о том, что уравнение Максвелла-Гуревича позволяет довольно точно определить напряженно-деформированное состояние в достаточно широком диапазоне температур. Также важно отметить факт того, что от строения полимера (сетчатое, линейное) характер изменения температурных напряжений не меняется, поэтому математическую модель Максвелла-Гуревича можно использовать для любого типа полимера. Учитываемый модуль высокоэластичности (E_∞) сравнительно мал и незначительно возрастает вместе с повышением температуры по линейному закону. Это явление объясняет замедление возрастания температурных напряжений при температурах, превосходящих температуру стеклования (T_g).

На рисунке 6.9 представлены экспериментальные кривые температурных напряжений в полимерном стержне (при нагревании и охлаждении). Незакрепленный образец нагревался до температуры 105°C , затем закреплялся и производилось его охлаждение до 60°C .

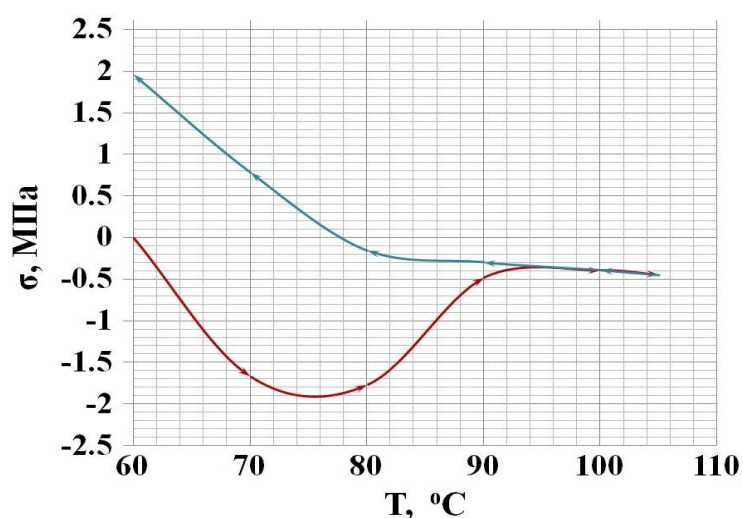


Рисунок 6.9 – Экспериментальные кривые температурной зависимости напряжений в стержне из ЭДТ-10 (скорость изменения температуры $\omega = 1, 5$ град/мин). Стрелки на кривых указывают направление изменения температуры (нагревание — стрелка направо, охлаждение — стрелка налево).

Подобные эксперименты в настоящее время проводят очень редко, но при этом результаты таких экспериментов представляют большой научный интерес. Данные кривые могут использоваться для качественного анализа поведения полимерных стержней в различных условиях температурных воздействий, но для количественного анализа необходимы дополнительные экспериментальные исследования.

На развитие температурных напряжений в слоистом композиционном материале влияют изменения модуля объемного сжатия (растяжения) полимера, а также изменения коэффициентов объемного термического расширения каждого компонента. При проведенных в рамках данной работы расчетах параметры металлических слоев считались неизменными. Это допущение является достаточно справедливым, поскольку расчеты были проведены в диапазоне температур от 21.85 до 92 °С. Довольно сложно классическими методами теории упругости получить представление о поведении различных типов наполнителей при формировании температурных напряжений.

Согласно представленным в монографии [1] данным до 76.85 °С (350К) КЛТР полимера ЭДТ-10 повышается медленно, а далее происходит резкое увеличение (в ~ 2 раза) и затем снова идет медленное повышение (см. рисунок 6.10). В указанной работе предлагается дополнительная эмпирическая формула (6.60), которая описывает поведение кривой $\alpha_1(T)$ при температуре $T \geq 350\text{К}$.

$$\alpha_1 = 10^6(102.3 + 110 \cdot \exp(-\exp(6.3 - 0.04 \cdot T)))/T \quad (6.60)$$

Важно заметить, что точка максимального значения температуры при которой происходит такое резкое изменение $\alpha_1(T)$ может оказаться смещенной в пределах 5 % в зависимости от условий эксперимента. Графики, представленные выше были построены до 92 °С согласно данным, полученным с помощью эмпирической зависимости (3.9), которая рекомендована для температуры $T \leq 350\text{К}$. Для стали такая зависимость не учитывалась, поскольку у большинства марок сталей КЛТР в диапазоне от 20—100 °С считается величиной постоянной.

Для удобства, приведенные эмпирические формулы объединены в одну с 95% точность при помощи аппроксимации Фурье 8 порядка. Стоит отметить, что для повышения точности была принята робастная аппроксимация методом наименьших абсолютных невязок (LAR) [106] и алгоритм Левенберга-Марквардта (LMA). [108] из пакета Curve Fitting Tool существующего в Matlab.

Полученная функция может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} \alpha_1(T) = & a_0 + a_1 \cdot \cos(T \cdot w) + b_1 \cdot \sin(T \cdot w) + \\ & a_2 \cdot \cos(2 \cdot T \cdot w) + b_2 \cdot \sin(2 \cdot T \cdot w) + a_3 \cdot \cos(3 \cdot T \cdot w) + b_3 \cdot \sin(3 \cdot T \cdot w) + \\ & a_4 \cdot \cos(4 \cdot T \cdot w) + b_4 \cdot \sin(4 \cdot T \cdot w) + a_5 \cdot \cos(5 \cdot T \cdot w) + b_5 \cdot \sin(5 \cdot T \cdot w) + \\ & a_6 \cdot \cos(6 \cdot T \cdot w) + b_6 \cdot \sin(6 \cdot T \cdot w) + a_7 \cdot \cos(7 \cdot T \cdot w) + b_7 \cdot \sin(7 \cdot T \cdot w) + \\ & a_8 \cdot \cos(8 \cdot T \cdot w) + b_8 \cdot \sin(8 \cdot T \cdot w) \end{aligned} \quad (6.61)$$

где коэффициенты:

$$\begin{aligned} a_0 = & 0.0001433; a_1 = 2.193e-05; b_1 = -7.107e-05; a_2 = -3.012e-06; \\ b_2 = & -1.44e-05; a_3 = 1.332e-05; b_3 = -1.106e-05; a_4 = 7.237e-07; \\ b_4 = & -7.669e-06; a_5 = 4.662e-06; b_5 = -5.021e-07; a_6 = 1.837e-06; \\ b_6 = & -2.748e-06; a_7 = 6.642e-07; b_7 = 3.332e-07; a_8 = 7.533e-07; \\ b_8 = & -3.184e-07; w = 0.04148 \end{aligned}$$

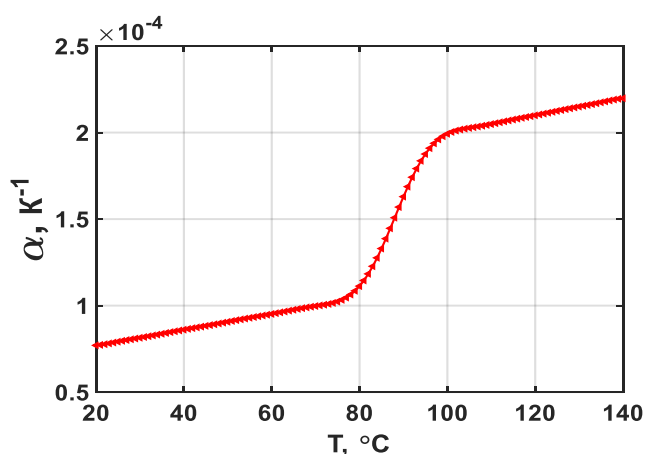


Рисунок 6.10 – График зависимости коэффициента линейного температурного расширения (КЛТР) полимера эпоксидного типа от температуры

На рисунке 6.11 изображены 4 кривые: первая кривая описывает зависимость температурных напряжений от температуры в чистом полимерном стержне (данная кривая в увеличенном масштабе представлена на рисунке 6.8, а). Кривая построена по данным, полученным из расчета с учетом релаксационных процессов (кружочки

приведены из эксперимента). Вторая и третья описывает напряжения в слоистом образце, а четвертая в стальном. Исходя из полученных данных видно, что во всех образцах при повышении температуры напряжения возрастают по абсолютной величине. Температурные напряжения, полученные при анализе стального объекта самые высокие, а температурные напряжения в полимерном стержне небольшие в сравнении с напряжениями в слоистом композите. Такие высокие напряжения в стальном образце объясняются наличием самого высокого модуля упругости. Температурные напряжения в полимерном образце возрастают приблизительно по линейному закону от 21 до 60 °С, а в дальнейшем выходят на плато стабилизации и начинают медленно падать. Кривая, отмеченная номером 2, была получена с применением математической модели, учитывающей релаксационные явления. Данная кривая показывает, что при повышении температуры от 21 до 50 °С происходит стремительный рост напряжения, а после 50 °С процесс становится более плавным и постепенно выходит на плато и практически не изменяется вплоть до 90 °С. Кривая 3, полученная из «упругого решения», демонстрирует напряжения в 4 раза выше, чем кривая 2 (при температуре более 90 °С) построенная в соответствии с данными расчета, учитывающего упругую релаксацию. Такую значительную разницу этих двух кривых (кривая 2 и 3) можно объяснить сильным влиянием релаксационных процессов, которые активно проявляются в полимерном связующем.

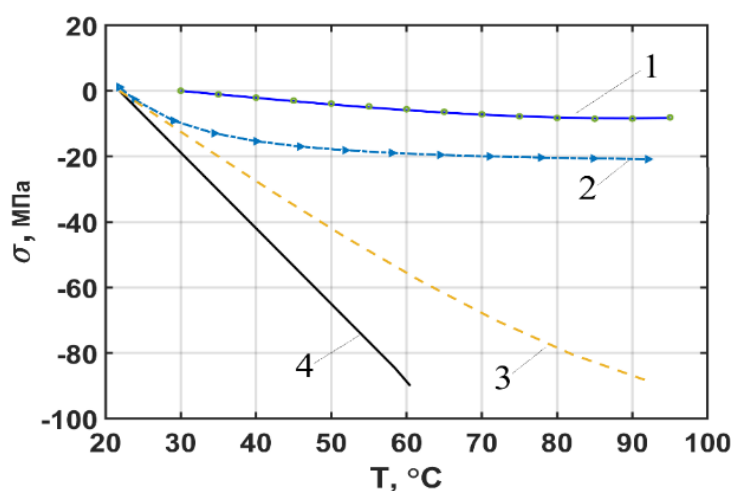


Рисунок 6.11 – Зависимости температурных напряжений в (1) полимерном, (2 и 3) композитном и (4) стальном стержнях

Для высокоскоростных летательных аппаратов особенно важно производить подбор материалов, которые смогут обеспечивать нормальную работу в высокотемпературных условиях. Необходимо улучшать понимание кинетики температурных напряжений в полимерных композиционных материалах, подвергающихся тепловым воздействиям. Доказано, что постоянное воздействие высоких температур вызывает потерю массы, ухудшение свойств, усадку и приводит к возникновению трещин в материале. Расчет температурных напряжений в слоистых композитах, сопровождается определенными трудностями, связанными с влиянием краевых эффектов, которые освещаются в работах [108-110]. Композиционные материалы с полимерной составляющей зачастую используются для умеренно высоких температур (от 200 до 350 °С). Некоторые конструкции из слоистых композитов не эксплуатируются при экстремальных температурах, но все же должны обладать устойчивостью к диапазону рабочих температур, которые могут значительно превышать максимально допустимые для типичных эпоксидных полимеров, используемых, например, в аэрокосмической отрасли.

Такие явления, как трещины в матрице, могут, в свою очередь, привести к значительному увеличению поступления кислорода, изменениям материала и растрескиванию. Очевидно, что при указанном потенциале развития событий приходим к взаимосвязанной, многофакторной и потенциально нестабильной задаче механики. Таким образом, при исследовании температурных напряжений в полимерном слоистом композите необходимо обратить внимание на моделирование нелинейного вязкоупругого релаксационного поведения полимера, а также на влияние адгезионного контакта между слоями. Несомненно, нагревание полимера – это сложный и взаимосвязанный процесс: в материал передаются тепло, влага и кислород; материал полимера химически изменяется; изменения в полимере влияют на поведение слоев композита и композитного материала в целом. Такое поведение иногда приводит к разрушению или другим негативным последствиям. Несмотря на то, что вопросы разрушения выходят за рамки данной работы о них не стоит забывать.

6.5 Выводы по главе

В настоящей главе предлагается математический аппарат, позволяющий производить теоретические расчеты температурных напряжений с учетом физико-механических и геометрических параметров композита, а также нелинейного поведения полимера.

Работа [105] посвящена исследованию температурных напряжений в слоистых структурах с полимерными вязкоупругими слоями посредством представленной в настоящей главе системы уравнений.

Расчеты по формуле смеси, представленные в главе 3 показывают модуль упругости (модуль Юнга) меньший, чем расчеты по выражению, базирующемуся на теории контактного слоя. Также эксперимент показал (рисунок 5.16), что формула смеси дает заниженный результат. Исходя из этого, логично предположить, что если использовать модуль Юнга, рассчитанный по формуле смеси в анализе температурных напряжений композитных тел, то они (напряжения) будут гораздо меньше, чем фактические.

Были проанализированы результаты испытаний Р.А. Турусова, посвященные определению температурных напряжений полимеров, которые в настоящей работе приводятся для лучшего понимания процессов, возникающих при нагревании композита, включающего полимер в состав, а также наглядного сравнительного анализа.

Предполагается, что слои субстрата имеют стабильные размеры и, следовательно, сдерживают усадку полимера за счет адгезии (наличия контактного слоя).

Исследования циклических изменений температуры (нагревание-охлаждение) полимерных стержней, представленные в работе [1, 41] демонстрируют, что в процессе охлаждения (после нагревания) напряжения проявляются с другим знаком, что также было зафиксировано физическим экспериментом (рисунок 6.9). Как показали расчеты, точно такое поведение проявляет и слоистый стержень. После нагревания стержня до 90 °С было

произведено моделирование процесса его охлаждения, в результате которого видно, что напряжения получились с другим знаком.

Величины температурных напряжений существенно зависят от скорости изменения температуры. Как видно из графика, напряжения при нагреве и охлаждении будут меньше, если скорость изменения температуры меньше. Чем больше скорость изменения температуры, тем выше напряжения. Логично предположить, что материал не успевает релаксировать. При сравнительно малых скоростях, кривые нагрева и охлаждения будут совпадать. Очевидно, что расчеты по упругой теории, где напряжения определяются соотношением $\sigma = E\alpha\Delta T$, с учетом зависимости $E(T)$ не могут дать представления о ходе температурных напряжений в материале, поскольку изменение напряжений будет описываться одной и той же кривой или прямой, если принять $E = \text{const}$, независимо от скорости и направления изменения температуры.

Если говорить о модуле упругости, то он существенен для описания твердого тела. Модуль всестороннего объемного растяжения (сжатия) K описывает механику твердых тел, жидкостей и газов. Модуль упругости характеризует изменение длины тела, а объемный модуль изменение объема тела. Коэффициент Пуассона и КЛТР эпоксидной смолы при высоких температурах будут оказывать сильное влияние, поэтому для расчетов напряженно-деформированного состояния полимерного композита (находящегося под влиянием температур), необходимо предварительно экспериментальным путем получить данные, отражающие температурную зависимость указанных параметров.

Посредством теоретических расчетов было определено, что геометрические параметры слоистого стержня также оказывают влияние на его термоупругие параметры, в связи с чем и при расчете температурных напряжений данное влияние проявляется. Расчеты показали, что при увеличении размера поперечного сечения стержня температурные напряжения возрастают, а при увеличении толщины полимерного адгезива наоборот – уменьшаются. Чем больше в составе слоистого

композита доли полимерного связующего, тем сильнее будут проявляться релаксационные процессы.

Математические инструменты в сочетании с экспериментально собранными данными (отражающими поведение материалов, из которых состоит композит) в конечном итоге обеспечат возможность эффективной оценки напряженно-деформированного состояния и как следствие позволят инженерам создавать прочные, долговечные, термостойкие конструкции из композиционных материалов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Протестирован и верифицирован метод анализа напряженно-деформированного состояния слоистых структур, позволяющий учитывать свойства межфазных контактных слоев.

Полученные методом контактного слоя выражения для расчета модуля упругости и коэффициента линейного теплового расширения слоистого композита были реализованы в виде программы «FUSION 1.0».

С применением разработанной программы «FUSION 1.0» был проведен анализ влияния на эффективный модуль упругости и скорость звука слоистого стержня некоторых параметров: размер стороны сечения образца; коэффициент Пуассона и модуль упругости полимера. В результате было определено, что при увеличении коэффициента Пуассона, модуля упругости полимера и длины склейки эффективный модуль упругости (Юнга) слоистого композита повышается.

Разработана технология изготовления экспериментальных слоистых композиционных образцов, а также методика измерения скорости звука в процессе отверждения.

Показано, что при расчете модуля упругости композита формула смеси Рейсса дает значительно заниженный результат по сравнению с экспериментальным. Результат, полученный по формуле смеси может быть использован для анализа в первом приближении, но для более точных расчетов целесообразнее воспользоваться выражением, полученным с применением изложенного в настоящей работе метода контактного слоя.

Экспериментально выявлено, что жесткость контактного слоя сильно зависит как от свойств полимера, так и от свойств субстрата. В частности, для образца, изготовленного из слоев латуни и ЭД–20 жесткость контактного слоя gr равна 25 ГПа/мм, а для образца из алюминия с тем же связующим – 8 ГПа/мм.

Получена система разрешающих уравнений для оценки температурных напряжений в слоистом стержне, открывающая возможность производить

численный анализ релаксационных явлений, происходящих в полимерном связующем (составляющем слоистый композит) при нагревании и охлаждении.

Результаты проведенных расчетов температурных напряжений в сталь-полимерном слоистом стержне при различных скоростях нагревания позволили лучше понять механическое поведение модели слоистого материала, находящегося в нестационарном однородном температурном поле. На основании расчетов было определено, что по мере увеличения скорости нагревания, температурные напряжения в композитном стержне будут выше, а проявление релаксационных процессов будет менее заметным.

Перспективы дальнейшей разработки темы диссертации

1. Электростатика, обменное взаимодействие и электрохимия. Углубленное исследование природы возникновения адгезии. Описание электрохимических процессов, происходящих при взаимодействии адгезива с субстратом на границе.

2. Смачивание, коллоидная химия. Описание поверхностных явлений, которые приводят к образованию межфазного слоя.

3. Совершенствование методик расчета элементов конструкции из слоистых композиционных материалов.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

**НПО ЭНЕРГОМАШ****ИМЕНИ АКАДЕМИКА В.П. ГЛУШКО**

Госкорпорация «Роскосмос»

Акционерное общество «НПО Энергомаш

имени академика В. П. Глушко» (АО «НПО Энергомаш»)

Бурденко ул., д. 1, г. Химки, Московская область, 141401

Тел.: (495) 286-91-13;

Факс: (495) 286-91-37

E-mail: energo@npoem.ru; <http://www.engine.space>

ОКПО 07557935; ОГРН 1025006169704

ИНН/КПП 5047008220/774550001

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель генерального директора –
главный конструктор, к.т.н.

П.С. Павловкин

СПРАВКА О ВНЕДРЕНИИ

результатов диссертационного исследования

Разаковой Р. Р. В. на тему: «Механические явления в слоистых структурах»

Настоящей справкой подтверждаем, что результаты диссертационного исследования Разаковой Рио-Риты Вадимовны на тему: «Механические явления в слоистых структурах» обладают актуальностью и представляют практический интерес. Результаты исследований приняты к внедрению в АО «НПО Энергомаш имени Академика В. П. Глушко» и будут использоваться при оценке напряженно-деформированного состояния деталей кислородно-керосинового жидкостного ракетного двигателя, изготовленных из композиционных материалов.

Заместитель главного
конструктора по науке и новым
технологиям,
АО «НПО Энергомаш
имени Академика В.П. Глушко»,
доктор технических наук

Иванов Андрей Владимирович

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2023686390

Программа для расчета физико-механических
характеристик слоистых структур «Fusion 1.0»

Правообладатель: *Разакова Рио-Рита Вадимовна (RU)*Автор(ы): *Разакова Рио-Рита Вадимовна (RU)*

Заявка № 2023685687

Дата поступления 29 ноября 2023 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 06 декабря 2023 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Документ подписан электронной подписью
Сертификат 429b6a07e21057364ba196f85a73b4aa7
Владелец: **Зубов Юрий Сергеевич**
Действителен с 10.06.2023 по 02.08.2024

Ю. С. Зубов

ПРИЛОЖЕНИЕ В

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2021663764

Программа прочностного анализа элементов
конструкции из композиционных материалов
«FusionComp 1.0»

Правообладатель: *Разакова Рио-Рита Вадимовна (RU)*Автор(ы): *Разакова Рио-Рита Вадимовна (RU)*

Заявка № 2021662762

Дата поступления 16 августа 2021 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 23 августа 2021 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат 8x02A5CFB60B1ACE59A40A2F08092E9A118
Владелец **Ивлиев Григорий Петрович**
Действителен с 15.01.2021 по 15.01.2035

Г.П. Ивлиев

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации базы данных

№ 2023624603

База данных результатов экспериментальных
исследований упругих и акустических характеристик
полимерных и слоистых материалов

Правообладатель: *Разакова Рио-Рита Вадимовна (RU)*Автор(ы): *Разакова Рио-Рита Вадимовна (RU)*

Заявка № 2023624321

Дата поступления 29 ноября 2023 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре баз данных 13 декабря 2023 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Документ подписан электронной подписью
Сертификат: 42906407910633846a19563c73b4aa7
Владелец: **Зубов Юрий Сергеевич**
Действителен с 18.05.2023 по 02.08.2024

Ю.С. Зубов

ПРИЛОЖЕНИЕ Д

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО
о государственной регистрации программы для ЭВМ
№ 2023686391

**Программа для расчета температурных напряжений в
слоистых структурах**

Правообладатель: *Разакова Рио-Рита Вадимовна (RU)*

Автор(ы): *Разакова Рио-Рита Вадимовна (RU)*

Заявка № **2023686009**
Дата поступления **29 ноября 2023 г.**
Дата государственной регистрации
в Реестре программ для ЭВМ **06 декабря 2023 г.**

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности



Документ подписан электронной подписью
Сертификат 429b6b07e3b53264ba95f83b73b4aa7
Владелец **Зубов Юрий Сергеевич**
Действителен с 10.02.2023 по 02.08.2024

Ю.С. Зубов

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Турусов Р.А. Адгезионная механика: монография / Р.А. Турусов. – Москва: НИУ МГСУ, 2016. – 232 с.
2. Tsybin N.Yu. Solving the stress singularity problem in boundary-value problems of the mechanics of adhesive joints and layered structures by introducing a contact layer model. Part 1. Resolving equations for multilayered beams / N. Yu. Tsybin, R. A. Turusov, A. Yu. Sergeev, V. I. Andreev // *Mechanics of Composite Materials*. – 2023. – Vol. 59, No. 4. – P. 677-692.
3. Бондарчук Д.А. Анализ распределения остаточных напряжений на свободной границе в слоистых полимерных композитах: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.02.04 / Бондарчук Дарья Александровна. – М., 2022. – 119 с.
4. Fedulov B.N. Residual stresses near the free edge of composite material / B.N. Fedulov, D.A. Bondarchuk, A. N. Fedorenko, E.V. Lomakin // *Acta Mechanica*. – 2022. – Vol. 233. – P. 417-435.
5. Frey C. Free-edge crack onset induced by thermal loading, *International Journal of Solids and Structures* / C. Frey, S. Dölling, M. Leštáková, W. Becker // *International Journal of Solids and Structures*. – 2021. – Volumes 230-231. – P. 111160.
6. Christopher F.A Layerwise higher-order approach for the free-edge effect in angle-ply laminates / F. Christopher, J. Hahn, N. Schneider, W.S. Becker. // *Mechanics of Composite Materials*. – 2023. – Vol. 59. – P. 299-318.
7. Hayashi T. Analytical study of interlaminar shear stresses in laminated composite plate / T. Hayashi // *Space technology and science*. – 1968. – P. 279.
8. Dölling S.A scaled boundary finite element method model for interlaminar failure in composite laminates / S. Dölling, J. Hahn, J. Felger, S. Bremm, W. Becker // *Composite Structures*. – 2020. – Vol. 241. – P. 111865.
9. Берлин А.А. Основы адгезии полимеров / А.А. Берлин, В.Е. Басин. – Москва: Химия, 1974. – 392 с.
10. Дерягин Б.В. Адгезия: исследование в области прилипания и клеящего действия / Б.В. Дерягин, Н.А. Кротова. – М.: АН СССР, 1949. – 244 с.

11. Рабинович А.Л. Введение в механику армированных полимеров / А.Л. Рабинович. – Москва: Наука, 1970. – 482 с.
12. Липатов Ю.С. Адсорбция полимеров / Ю.С. Липатов, Л.М. Сергеева – Киев: Наукова думка, 1972. – 196 с.
13. Липатов Ю.С. Коллоидная химия полимеров / Ю.С. Липатов. – Киев: Наукова думка, 1984. – 344 с.
14. Фрейдин А.С. Свойства и расчет прочности адгезионных соединений / А. С. Фрейдин, Р. А. Турусов. – Москва: Химия, 1990. – 256 с.
15. Чалых А.Е. Поверхностные явления в полимерах: сб. статей / А.Е. Чалых. – Киев: Наукова думка, 1982. – с. 23.
16. Щербина А.А. Переходные зоны в полимерных адгезионных соединениях. Фазовые равновесия, диффузия, адгезия: дис ... д-ра хим. наук: 02.00.06 / Щербина Анна Анатольевна. – М., 2016. – 411 с.
17. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах / Л.М. Бреховских. 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Наука, 1973. – 343 с.
18. Ву С. Межфазная энергия, структура поверхностей и адгезия между полимерами / С. Ву // Полимерные смеси / Под ред. Д. Пола, С. Ньюмена. – М.: Мир, 1981. – Том 1. – С. 282–332.
19. Adamson A. Physical Chemistry of Surfaces [Текст] / A. Adamson. – N.-Y. : John Wiley, 1990. – 770p.
20. Wake W.C. Adhesion and the Formulation of Adhesives [Текст] / W.C. Wake. – 2nd ed. – L. : Applied Science Pub, 1982. – 332p.
21. Kinloch A.J. Adhesion and Adhesives Science and Technology [Текст] / A.J. Kinloch. – London – N.-Y. : Chapman and Hall, 1987. – 441p.
22. Li Y. Wrinkling of Interfacial Layers in Stratified Composites / Y. Li, N. Kaynia, S. Rudykh, M. Boyce // Advanced Engineering Materials. – 2013. – Vol. 15. – Issue. 10. – P. 921-926.
23. Galic P.I. Elastic wave propagation in finitely deformed layered materials / P. I. Galich, N. X. Fang, M. C. Boyce, S. Rudykh // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 2017. – Vol. 98 – P. 390-410.

24. Болотин В.В. Механика многослойных конструкций / В. В. Болотин, Ю.Н. Новичков – Москва: Машиностроение, 1980. – 375 с.
25. Ржаницын А.Р. Составные стержни и пластинки / А. Р. Ржаницын. – Москва: Стройиздат, 1986. – 316 с.
26. Аскадский А.А. Введение в физико-химию полимеров / А.А. Аскадский, А. Р. Хохлов. – Москва: Научный мир, 2009. – 380 с.
27. Каргин В.А. Краткие очерки по физико-химии полимеров / В.А. Каргин, Г.Л. Слонимский. 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Химия, 1967. – 231 с.
28. Берлин А.А. Принципы создания композиционных полимерных материалов / А. А. Берлин, С. А. Вольфсон, В. Г. Ошмян, Н. С. Ениколопов. – Москва: Химия, 1990. – 238 с.
29. Ильюшин А.А. Основы математической теории термовязкоупругости / А.А. Ильюшин, Б.Е. Победря – Москва: Наука, – 1970. – 280 с.
30. Работнов Ю.Н. Элементы наследственной механики твердых тел / Ю.Н. Работнов. – Москва: Наука, 1977. – 384 с.
31. Александров А.П., Высокоэластичная деформация полимеров // А.П. Александров, А.С. Лазуркин / Собрание научных трудов в 5 томах. – 2006. – Т. 1. – С. 188-203.
32. Гуревич Г.И. Деформируемость сред и распространение сейсмических волн / Г. И Гуревич. – Москва: Наука, 1974. – 483 с.
33. Горбаткина Ю.А. Адгезионная прочность в системах полимер – волокно / Ю.А. Горбаткина. – Москва: Химия, 1987. – 192 с.
34. Горбаткина Ю.А. Адгезия модифицированных эпоксидов к волокнам / Ю.А. Горбаткина, В.Г. Иванова-Мумжиева. – Москва: ТОРУС ПРЕСС, 2018. – 215 с.
35. Ferry J.D. Viscoelastic properties of polymers / J.D. Ferry. – New York: John Wiley and Sons, 1980. – 640 p.
36. Dimitriou M.D. Advanced techniques for the characterization of surface structure in polymer thin films and coatings / M.D. Dimitriou, E.J. Kramer, Hawker C.J. // Arabian Journal For Science and Engineering. – 2014. – Vol. 39. – P. 1-13.

37. Hasan O.A. A constitutive model for the nonlinear viscoelastic viscoplastic behavior of glassy polymers / O.A. Hasan, M.C. Boyce // *Polymer Engineering and Science*. – 1995. – Vol. 35. – P. 331-344.
38. O'Brien D.J. Cure-dependent viscoelastic Poisson's ratio of epoxy / D.J. O'Brien, N.R. Sottos, S.R. White // *Experimental Mechanics*. – 2007. – Vol. 47 – P. 237–249.
39. Yourdkhani M. Thermo-mechanical properties of thermoset polymers and composites fabricated by frontal polymerization mechanics of composite / M. Yourdkhani, B. Koohbor, C. Lamuta, L.M. Dean, P.J. Centellas, D.G. Ivanoff, I.D. Robertson, S.R. White, N.R. Sottos // *Hybrid and Multifunctional Materials*. – 2018. – Vol. 5 – P. 89-91.
40. Chepurnenko A.S. Determination of Rheological Parameters of Polyvinylchloride at Different Temperatures / A.S. Chepurnenko, A.N. Beskopylny, B.M. Jazyev, V.I. Andreev // *MATEC Web of Conferences*, Chiang Mai, 20–21 августа 2016 года. – Chiang Mai, 2016. – P. 06059. – DOI 10.1051/mateconf/20166706059. – EDN YUUHML.
41. Турусов Р.А. Температурные напряжения и релаксационные явления в осесимметричных задачах механики жестких полимеров: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.00.00/Турусов Роберт Алексеевич. – М., 1970. – 160 с.
42. Турусов Р.А. Механические явления в полимерах и композитах: в процессах формирования: дис. ... д-ра физ.-мат. наук: 01.04.19 / Турусов Роберт Алексеевич. – М., 1983. – 363 с.
43. Бабич В.Ф. Исследование влияния температуры на механические характеристики полимеров: дис. ... канд. техн. наук: 1966: 05.00.00 / Бабич Валентин Федорович. – М., 1966. – 125 с.
44. Цыбин Н.Ю. Расчет слоистых конструкций с использованием модели контактного слоя: дис. ... канд. техн. наук: 01.02.04 / Цыбин Никита Юрьевич. – Москва, 2019. – 179 с.

45. Языев Б.М. Особенности релаксационных свойств сетчатых и линейных полимеров и композитов на их основе: дис. ... д-ра. техн. наук: 02.00.06 / Языев Батыр Меретович. – Нальчик, 2009. – 352 с.
46. Языев С.Б. Устойчивость стержней при ползучести с учетом начальных несовершенств: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.17 / Языев Сердар Батырович. – Ростов-на-Дону, 2010. – 167 с.
47. Литвинов С.В. Математическое моделирование гомогенных и гетерогенных полимерных систем с учетом реологии материала: дис. ... д-ра физ.-мат. наук: 02.00.06 / Литвинов Степан Викторович. – Нальчик, 2019. – 286 с.
48. Чепурненко В.С. Совершенствование методов расчета сжатых стержней на устойчивость при ползучести с учетом напряжений в плоскости поперечного сечения: дис. ... канд. техн. наук: 2.1.9. / Чепурненко Вячеслав Сергеевич. – Ростов-на-Дону, 2022. – 121 с.
49. Ning Hu. Composites and Their Applications / Hu. Ning. – Rijeka, – Intech open science, 2012. – 442 p.
50. Образцов И.Ф. Основы теории межфазного слоя / И.Ф. Образцов, С. А. Лурье, П.А. Белов, Д.Б. Волков-Богородский, Ю.Г. Яновский, Е.И. Кочемасова, А.А. Дудченко, Е.М. Потупчик, Н.П. Шумова // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2004. – Т. 10, – № 4. – С. 596-612.
51. Образцов И.Ф. Механические свойства межфазных слоев полимерных матричных композитов при больших упругих деформациях / И.Ф. Образцов, Ю.Г. Яновский, В.Э. Згаевский // Доклады Академии наук. – 2003. – Т. 389, № 5. – С. 621-623.
52. Образцов И.Ф. Коэффициенты Пуассона межфазных слоев полимерных матричных композитов / И.Ф. Образцов, Ю.Г. Яновский, А.Н. Власов, В.Э. Згаевский // Доклады Академии наук. – 2001. – Т. 378, – № 3. – С. 336-338.
53. Образцов И.Ф. Упругие характеристики межфазного слоя полимерных матричных композитов / И.Ф. Образцов, Ю.Г. Яновский, В.Э. Згаевский // Доклады Академии наук. – 2000. – Т. 371, – № 5. – С. 617-620.

54. Ананьева Е.С. Регулирование и оптимизация процессов структурообразования в полимерных материалах с целью увеличения вязкости разрушения: диссертация ... канд. техн. наук: 05.17.08 / Ананьева Елена Сергеевна. – Бийск, 2002. – 99 с.
55. Butt H-J. Physics and Chemistry of Interfaces / H-J Butt, K. Graf, M. Kappl. – Berlin: – Wiley- VCH, 2003. – 361 p.
56. Vine K. A. Non-destructive testing of adhesively-bonded joints: PhD thesis/ Vine Keith Adrian. – London, 1999. – 234 p.
57. Szabelski J. Adhesive joint degradation due to hardener-to-epoxy ratio inaccuracy under varying curing and thermal operating conditions / J. Szabelski, R. Karpiński, J. Jonak, M. Frigione // Materials. – 2022. – Vol. 15. Issue 21.– P. 7765.
58. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов / Б.Е. Победря. – Москва: Издательство Московского университета, 1984. – 336 с.
59. Бахвалов Н.С. Осреднение процессов в периодических средах / Н. С. Бахвалов, Г. П. Панасенко. – Москва: Наука, 1984. – 352 с.
60. Fedulov B.N. Residual stresses near the free edge of composite material / B.N. Fedulov, D.A. Bondarchuk, A.N. Fedorenko, E.V. Lomakin // Acta Mechanica. – 2022. – Vol. 233. – P. 417-435.
61. Разакова Р.В. Особенности численного моделирования композитных материалов с вязкоупругими полимерными слоями / Р.В. Разакова, М.А. Разаков // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2024. – Т. 26, № 4. – С. 77-86.
62. Hashin Z. The elastic moduli of fiber reinforced materials / Z. Hashin, B.W. Rosen // Journal of Applied Mechanics. – 1964. – Vol. 31. – Issue. 2. P. 223-232.
63. Hashin Z. A variational approach to the elastic behavior of multiphase minerals / Z. Hashin, S. Shtrikman // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 1963. – Vol. 11. Issue. 2. – P. 127-140.
64. Разакова Р.В. Термоупругие параметры слоистых композитов / Р. В. Разакова, Р.А. Турусов // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского

государственного политехнического университета. Физико-математические науки. – 2023. – Т. 16, № 1. – С. 140-151.

65. Voigt W. Über die Beziehung zwischen den beiden Elastizitätskonstanten Isotroper Körper / W. Voigt // Wiedemann's Annalen der Physik und Chemie. – 1889. – Bd. 38. Nr. 12. – S. 573-587.

66. Reuss A. Berechnung der fließgrenze von mischkristallen auf grund der plastizitätsbedingung für einkristalle / A. Reuss // Zeitschrift Angewandte Mathematik und Mechanik. – 1929. – Bd. 9. Nr. 1. – S. 49-58.

67. Huang Z.-M. Simulation of the mechanical properties fibrous composites by the bridging micromechanics model / Z.-M. Huang // Composites. Part A: Applied Science and Manufacturing. – 2001. – Vol. 32. – Issue. 2. P. 143-172.

68. Ran Zh. Determination of thermal expansion coefficients for unidirectional fiber-reinforced composites / Zh. Ran, Y. Yan, J. Li, Zh. Qi, L. Yang // Chinese Journal of Aeronautics. – 2014. – Vol. 27. – Issue. 5. – P. 1180-1187.

69. Halpin J.C., The Halpin–Tsai equations: A review / J.C. Halpin, J. L. Kardos // Polymer Engineering and Science. – 1976. – Vol. 16. – Issue. 5. – P. 344-352.

70. Hashin Z. The elastic moduli of fiber reinforced materials / Z. Hashin, B. W. Rosen // Journal of Applied Mechanics. – 1964. – Vol. 31. – Issue. 2. P. 223-232.

71. Hashin Z. A variational approach to the elastic behavior of multiphase minerals / Z. Hashin, S. Shtrikman // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 1963. – Vol. 11. Issue. 2. – P. 127-140.

72. Hill R. Theory of mechanical properties of fibre-strengthen materials—III. Self-consistent model / R. Hill // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 1965. – Vol. 13. – Issue. 4. – P. 189-198.

73. Budiansky B. On the elastic moduli of some heterogeneous materials / B. Budiansky // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 1965. – Vol. 13. – No. 4. – P. 223-227.

74. Kerner E. The elastic and thermo-elastic properties of composite media / E. Kerner // Proceedings of the Physical Society. B. – 1956. – Vol. 69. – No. 8. – P. 808-813.

75. Turusov R.A. Contact layer method in adhesive mechanics / R.A. Turusov, L.I. Manevich // Polymer Science. Series D. – 2010. – Vol. 3. – No. 1. – P. 1-9.
76. Турусов Р.А. Адгезия и адгезионная механика / Р.А. Турусов, А.А. Берлин // Новости материаловедения. Наука и техника. – 2016. – № 2. – С. 17-23.
77. Ферри Дж. Вязкоупругие свойства полимеров. Пер. с англ. / Дж. Ферри. – Москва: Изд-во иностранной литературы, 1963. – 535 с.
78. Зерщиков К.Ю. Расчет напряженно-деформированного состояния двухслойного металлополимерного композита / К.Ю. Зерщиков, А.С. Краев // Конструкции из композиционных материалов. – 2019. – № 1. – С. 51-57.
79. Coogan T. J. Prediction of interlayer strength in material extrusion additive manufacturing / T.J. Coogan, D.O. Kazmer // Additive Manufacturing. – 2020. – Vol. 35. – P. 101368.
80. Nsengiyumva W. Advances, limitations and prospects of nondestructive testing and evaluation of thick composites and sandwich structures: A state-of-the-art review / W. Nsengiyumva, S. Zhong, J. Lin, Q. Zhang, J. Zhong, Y. Huang // Composite Structures. – 2021. – Vol. 256. – P. 112951.
81. Zhang G. Optimization of composite plates with viscoelastic damping layer for high sound transmission loss under stiffness and strength constraints / G. Zhang, H. Zheng, X. Zhu // Composite Structures. – 2023. – Vol. 306. – P. 116563
82. Gong M. CZM analysis and evaluation of influencing factors on interlayer adhesion of asphalt mixture with double-layer continuous pave / M. Gong, H. Zhang, J. Wu // Construction and Building Materials. – 2021. – Vol. 302. – P. 124211
83. Mukherjee B. Effect of confinement and interfacial adhesion on peeling of a flexible plate from an elastomeric layer / B. Mukherjee, R. C. Batra, D. A. Dillard // International Journal of Solids and Structures. – 2017. – Vol. 110-111 – P. 385-403.
84. Mohanty S. Laminated FRP composite patch design for arresting joint fractures (Adhesion/cohesion) in resin-infilled centrally inclined V-notched Al-6061-T6 plate / S. Mohanty, R. R. Das // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. – 2022. – Vol. 121. – P. 103491.

85. Dionísio J.M.M. Fracture mechanics approach to stress singularities in composite adhesive joints / J.M.M. Dionísio, L.D.C Ramalho, I.J. Sánchez-Arce, R.D.S.G Campilho, J. Belinha // *Composite Structures*. – 2021. – Vol. 276. – P. 114507.
86. Fu Z. Singular boundary method: A review and computer implementation aspects / Z. Fu, Q. Xi, Y. Gu, J. Li, W. Qu, L. Sun, X. Wei, F. Wang, J. Lin, W. Li, W. Xu, C. Zhang // *Engineering Analysis with Boundary Elements*. – 2023. – Vol. 147. – P. 231-266.
87. Bhowmick S. On singular ES-FEM for fracture analysis of solids with singular stress fields of arbitrary order / S. Bhowmick, G.R. Liu // *Engineering Analysis with Boundary Elements*. – 2018. – Vol. 86. – P. 64-81.
88. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики: учебник для студентов физ.-мат. спец. ун-тов / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – Москва: МГУ: Наука, 2004. – 798 с.
89. Ivanova Y. Comparison of NDT techniques for elastic modulus determination of laminated composites / Y. Ivanova, T. Partalin, I. Georgiev // *Studies in Computational Intelligence*. – 2018. – Vol. 728. – P. 79-89.
90. Ivanova Y. Experimental study of the ultrasonic wave propagation in materials with mechanical stresses / Y. Ivanova, T. Partalin, M. Mihovski // *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. – 2010. – Vol. 40. – P. 71-76.
91. Zhang Z. Ultrasonic detection and characterization of delamination and rich resin in thick composites with waviness / Z. Zhang, S. Guo, Q. Li, F. Cui, A.A. Malcolm, Su. Zhongqing, M. Liu // *Composites Science and Technology*. – 2020. – Vol. 189. – P. 108016.
92. Chaki S. Non-Destructive Health Monitoring of Structural Polymer Composites: Trends and Perspectives in the Digital Era / S. Chaki, P. Krawczak // *Materials*. – 2022. – Vol. 15. – P. 7838.
93. Razakova R.-R.V. Influence of adhesive interaction on the sound speed in layered composites / R.-R.V. Razakova, R.A. Turusov // *Materials Physics and Mechanics*. – 2024. – Vol. 52, No. 3. – P. 13-21.

94. Горбаткина Ю.А. Прочность эпоксидных стеклопластиков при сдвиге в широком диапазоне скоростей нагружения / Ю.А. Горбаткина, В.И. Солодилов, В.А. Сушенков // Высокомолекулярные соединения. Серия А. – 2004. – Т. 46, № 7. – С. 1198-1204.
95. Fried J.R. Polymer science and technology/ Joel R. Fried. – Westford: Pearson Education, 2014. – 688 с.
96. Попов А.Л. О соответствии теоретических моделей продольных колебаний стержня экспериментальным данным / А.Л. Попов, С.А. Садовский // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. – 2021. – Т. 8, № 2. – С. 270-281.
97. ГОСТ Р 56801-2015 (ИСО 6721-1:2011) Пластмассы. Определение механических свойств при динамическом нагружении. Часть 1. Общие принципы – М.: Стандартинформ, 2016. – 23 с.
98. Разакова Р.Р.В. Исследование физико-механических параметров слоистых композиционных материалов / Р.Р.В. Разакова, Р.А. Турусов // Полимеры 2024 : Сборник трудов XXV ежегодной научной конференции отдела полимеров и композиционных материалов ФГБУН ФИЦ ХФ им. Н. Н. Семенова РАН, Москва, 11–14 марта 2024 года. – Москва: Общество с ограниченной ответственностью "ТОРУС ПРЕСС". – 2024. – С. 108-110.
99. Бараш Ю.С. Силы Ван-дер-Ваальса / Ю.С. Бараш. – Москва : Наука, 1988. – 344 с.
100. Israelachvili J.N. Intermolecular and Surface Forces / J. N. Israelachvili. – Burlington: Academic Press, 2011. – 674 p.
101. Nakamura S. Role of hydrogen-bonding and OH– π interactions in the adhesion of epoxy resin on hydrophilic surfaces / S. Nakamura, Y. Tsuji, K. Yoshizawa // ACS Omega – 2020. – V. 5, No 40. – P. 26211-26219.
102. Carneiro V.H. Temperature variability of Poisson's ratio and its influence on the complex modulus determined by dynamic mechanical analysis / V.H. Carneiro, H. Puga // Technologies. – 2018. – Vol. 6. Issue 3. P. 81.

103. Pandini S. Time and temperature effects on Poisson's ratio of polybutylene terephthalate / S. Pandini, A. Pegoretti // *Express Polymer Letters*. – 2011, – Vol. 5. – P. 685-697.
104. Qian Y. Thermal stress analysis of the adhesive layer in composite laminates / Y. Qian, N. Wu, J. Hou, X. Hao, D. Cai // *Coatings*. – 2022. – Vol. 12. – P. 472.
105. Турусов Р.А. Температурные напряжения в полимерах и слоистых композитах / Р.А. Турусов, Р.В. Разакова // *Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство*. – 2023. – № 22. – С. 20-24.
106. Hill R.W. Two robust alternatives to least-squares regression / R.W. Hill, P.W. Holland // *Journal of the American Statistical Association* – 1977. – Vol. 72. – P. 828–833.
107. Levenberg K. A method for the solution of certain non-linear problems in least squares/ K.A. Levenberg// *Journal of Applied Mathematics*. – 1944. –Vol. 2. – P. 164–168.
108. Herakovich C.T. On thermal edge effects in composite laminates / C.T. Herakovich // *International Journal of Mechanical Sciences*. –1976. – Vol. 18, Issue 3, P. 129-134.
109. Frey C. Free-edge crack onset induced by thermal loading, *International Journal of Solids and Structures* / C. Frey, S. Dölling, M. Leštáková, W. Becker // *International Journal of Solids and Structures*. – 2021. – Volumes 230-231. – P. 111160.
110. Nguyen V.T. Finite element analysis of free-edge stresses in composite laminates under mechanical and thermal loading / V.T. Nguyen, J.F. Caron // *Composites Science and Technology*. – 2009. – Vol. 69, Issue 1. – P. 40-49.